Untersuchung der Stationaritätsgrenze einer Elektronenraumladungsschicht zur Anwendung auf die Messung der Gasdichte in einer Niederdruck-entladung mittels Langmuirsonde

---

INAUGURAL-DISSERTATION

zur

Erlangung der Doktorwürde

der

Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät

der Freien Universität Berlin

vorgelegt von

Klaus Lottmann

aus Berlin

1966

Untersuchung der Stationaritätsgrenze einer Elektronenraumladungsschicht zur Anwendung auf die Messung der Gasdichte in einer Niederdruckentladung mittels Langmuirsonde

---

INAUGURAL-DISSERTATION

zur

Erlangung der Doktorwürde

der

Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät

der Freien Universität Berlin

vorgelegt von

Klaus Lottmann

aus Berlin

UNIVERSITEITSBIBLIOTHEEK - LEIDEN -

1. Gutachter: Dr. M. Danders
2. Gutachter: Prof. Dr. W. Stein
3. Gutachter: Prof. Dr. R. Honerjäger

Tag der mündlichen Prüfung: 22. Dezember 1965
Tag der Promotion: 18. FEB. 1966

Inhaltsverzeichnis

Seite

1. Einleitung 1

2. Theoretische Untersuchung der Elektronenraumladungsschicht 3

2.1. Voraussetzungen und Vereinfachungen der Rechnung 3

2.2. Ionisierungsausbeute der Elektronen und mittlere Geschwindigkeit der Ionen in der Schicht 6

2.3. Stationärer Ansatz der Raumladungsgleichung und dessen Gültigkeitsbereich 8

2.4. Grenzwerte des Sondenpotentials als Folge der Stationäritätsbedingung 13

2.5. Die Gasdichte als Funktion der Plasmadaten und des Grenzpotentials 15

2.6. Diskussion und Kritik der theoretischen Ergebnisse 16

2.6.1. Korrektur des linearen Ansatzes der Ionisierungsfunktion 18

2.6.2. Einführung eines Geometriefaktors für Messungen mit einer Zylindersonde 20

2.6.3. Fehlerabschätzung anderer Vereinfachungen der Rechnung 25

3. Experimentelle Prüfung der theoretischen Ergebnisse 32

3.1. Grundsätzliche Bemerkungen zur Meßmethode 32

3.2. Messungen in Quecksilberdampfentladung 37

3.2.1. Aufbau der Meßapparatur 37

3.2.2. Die Quecksilberdampfdichte im Entladungsgefäß 40

Seite

3.2.3. Qualitative Beobachtung der Sonde und vorbereitende Messungen 45

3.2.4. Messungen mit der Zylindersonde 50

3.2.4.1. Messungen bei variabler Gasdichte 51

3.2.4.2. Messungen bei variabler Elektronenstromdichte 55

3.3. Messungen in den Edelgasen Neon und Argon 57

3.3.1. Versuchsaufbau und Durchführung der Messungen 57

3.3.2. Abschätzung der mittleren Neutralgaserwärmung 59

3.3.3. Ergebnisse der Sondenmessungen 61

3.3.4. Das Schichtkriterium einer Ionenraumladungsschicht in Edelgasentladung 63

4. Schlußfolgerungen und Ausblick 66

5. Zusammenfassung 72

Erklärung der verwendeten Zeichen 74

Anhang 79

Tabellen 1 - 5

Bilder 1 - 27

Literaturverzeichnis 81

- - - - -

1. Einleitung

Jede Gasentladung wird entscheidend bestimmt von der Dichte des Neutralgases im Entladungsraum. Daher ist man seit langem bestrebt, diesen Parameter direkt in der Entladung zu bestimmen, was jedoch erhebliche Schwierigkeiten bereitet. Alle bekannten Methoden der Druckmessung für den hier betrachteten Bereich zwischen 10^{-1} und 10^{-3} Torr versagen mehr oder weniger, weil entweder die Druckmessung die Entladung stört oder umgekehrt die Entladung die Druckmessung verfälscht. Infolgedessen hat man sich schon vor Jahrzehnten bemüht, die für die Bestimmung der Plasmadaten eingesetzte Langmuirsonde auch zur Messung der Gasdichte zu verwenden.

V.ENGEL und STEENBECK [1] haben daher vorgeschlagen, mit zwei Sonden in der Entladungssäule Plasmadaten und Längsfeldstärke zu bestimmen und daraus mit Hilfe einer von ihnen angegebenen Beziehung die Gasdichte zu berechnen. KLARFELD u.a. [2] haben das Potential des bekannten Zündknicks im Elektronensättigungsast der Sondenkennlinie in Abhängigkeit von der Gasdichte und der Ladungsträgerdichte in der Entladung geeicht. Nach diesem Verfahren sind von KLARFELD und Mitarbeitern zahlreiche Messungen der Gasdichte und deren dynamischer Veränderung durchgeführt worden.

Anknüpfend an diese Arbeiten wird hier der Versuch unternommen, eine Beziehung abzuleiten, die die Plasmadaten und das Potential des Zündknicks mit der Gasdichte zu einer geschlossenen Beziehung verbindet. Zu diesem Zweck ist eine Untersuchung der Elektronenraumladungsschicht erforderlich. Der dazu einzuschlagende Weg ist vorgezeichnet in den Untersuchungen der Ionenraumladungsschicht, die Thema einiger neuerer Arbeiten gewesen sind. BOYD,[3] BOHM[4],

ECKER und McCLURE[5] sowie DANDERS[6] konnten nachweisen, daß der stationäre Ansatz der Differentialgleichung für die Ionenraumladungsschicht nur unter der Bedingung physikalisch sinnvoll ist, daß die Ionen mit einer Anfangsgeschwindigkeit

$$U_o = U_e / 2 \qquad (1)$$

aus dem Plasma in die Schicht einlaufen. DANDERS[6] hat darüber hinaus nachgewiesen, daß die Ionen eine noch grössere Anfangsgeschwindigkeit haben müssen, wenn an der Elektrodenoberfläche Elektronen ausgelöst werden und diese gegenläufig zu den Ionen die Schicht durchqueren.

Aus den genannten Arbeiten geht deutlich hervor, daß diese Bedingung (1) allein durch die gleichzeitige Anwesenheit beider Ladungsträgerarten in der Schicht verursacht wird, denn auch ohne Elektronenauslösung an der Elektrode laufen Elektronen aus dem Plasma auf Grund ihrer thermischen Eigengeschwindigkeit in die Ionenschicht ein und kompensieren dort teilweise die positive Raumladung.

Für eine Elektronenraumladungsschicht ergibt sich keine ähnliche Bedingung für die Anfangsgeschwindigkeit. Beim Vergleich mit der Ionenraumladungsschicht wird das verständlich, denn die Ionen haben im Plasma nur sehr geringe Geschwindigkeiten und können in die Elektronenraumladungsschicht praktisch gar nicht eindringen.

Die Gültigkeit eines stationären Ansatzes für die Elektronenraumladungsschicht müßte aber dann eingeschränkt werden, wenn in der Schicht durch ionisierende Stöße Ionenpaare gebildet werden.

Von dieser Vorstellung ausgehend wird der stationäre Ansatz der Differentialgleichung für die Elektronenraumladungsschicht auf seine Gültigkeit hin untersucht. Anschließend werden die theoretischen Ergebnisse einer experimentellen Prüfung unterzogen.

2. Theoretische Untersuchung der Elektronenraumladungsschicht

2.1. Voraussetzungen und Vereinfachungen der Rechnung

Erhält eine Sonde ein positives Potential gegenüber dem umgebenden Plasma, so bildet sich eine Raumladungsschicht, durch die ein Elektronenstrom vom Plasma zur Sonde fließt. Die Elektronen durchqueren die Schicht jedoch nicht, wie üblicherweise angenommen, im Freifall, sondern erzeugen mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit Ionenpaare in der Schicht. Daher laufen neben den Elektronen, wie in Bild 1 schematisch dargestellt, auch Ionen durch die Schicht, die durch Trennung der Ionenpaare im elektrischen Feld frei werden.

Die Raumladung in der Schicht ergibt sich also als Differenz der Raumladungen der vom Plasma kommenden Elektronen ϱ_e und der in entgegengesetzter Richtung laufenden Ionen ϱ_i.

Die Potentialverteilung in der Schicht wird durch die Poisson'sche Gleichung beschrieben:

$$\Delta U = - \frac{1}{\varepsilon_0} (\varrho_e - \varrho_i) \qquad (2)$$

Diese Potentialgleichung ist zu untersuchen, wozu folgende Voraussetzungen und vereinfachende Annahmen gemacht werden:

1. Eine ebene Elektrode bzw. Sonde mit positivem Potential taucht in ein Plasma der Elektronentemperatur U_e ein und ist demnach von einer ebenen Raumladungsschicht umgeben. Eine Krümmung der Schichtgrenze am Rand der Elektrode bleibt unberücksichtigt.
2. Die Elektronen laufen mit einer einheitlichen

Anfangsgeschwindigkeit senkrecht zur Plasmagrenze in die Schicht.

3. Zur Ermittlung der Ionisierungsausbeute der Elektronen und der mittleren Geschwindigkeit der Ionen in der Schicht wird vorausgesetzt, daß in erster Näherung die Potentialverteilung in der Schicht noch dem Langmuir-Child'schen Gesetz folgt, das den Freifall der Elektronen in der Schicht voraussetzt und in der Form

$$x = \left(\frac{4\varepsilon_o}{9}\sqrt{\frac{2e}{m}}\right)^{1/2} \frac{U^{3/2}}{j_e^{1/2}} \qquad (3)$$

geschrieben wird.

4. Die durch die Schicht laufenden Plasmaelektronen ionisieren dort Neutralgasatome. Jedes Elektron bildet höchstens ein Ionenpaar, die sekundär gebildeten Elektronen ionisieren nicht.

Um die mathematische Formulierung zu vereinfachen, wird die Annahme gemacht:

5. Alle in der Schicht gebildeten Ionen durchqueren von der Elektrodenoberfläche aus die ganze Schicht. Die Anfangsgeschwindigkeit der Ionen, d.h. deren mittlere thermische Geschwindigkeit, wird vernachlässigt.

Die Vereinfachung bezüglich des Entstehungsortes ist vernünftig, denn solange das Potential der Sonde keine Werte annimmt, die erheblich über dem zum Maximum der Ionisierungsfunktion des Neutralgases gehörenden Wert liegen, steigt die Wahrscheinlichkeit für einen ionisierenden Stoß vom Plasmarand aus ständig an und erreicht an der Elektrodenoberfläche seinen größten Wert.

Als Konsequenz aus der Annahme 5) wird angesetzt:

6. Die sekundären Elektronen werden von der Elektrode aufgenommen, ohne zur Raumladung beizutragen.

Um eine Beziehung für die Ionisierungsausbeute der Elektronen angeben zu können, wird weiter vereinfachend angesetzt:

7. Der Ionisierungsquerschnitt Q_i läßt sich linear abhängig von der durchlaufenen Potentialdifferenz darstellen. Haben die Elektronen eine Anfangsgeschwindigkeit U_{em}, so gilt:

$$Q_i = C_1 \left[U - (U_i - U_{em}) \right] \text{ mit } Q_i = 0 \quad \text{für } U \leq U_i - U_{em} \tag{4}$$

Ebenso wie die Elektronen auf dem Wege durch die Schicht mit Neutralgasatomen stoßen, sind Stöße der von der Sonde ins Plasma laufenden Ionen nicht auszuschließen. Solche Stöße können zu Umladungen führen, einem Ladungsaustausch ohne merkliche Impulsübertragung, so daß dabei ein langsames Ion entsteht. Daraus folgt, daß die Ionen unter Einfluß dieses Effektes im Mittel mit einer wesentlich geringeren Geschwindigkeit durch die Schicht laufen als im Freifall. Es sollen beide Möglichkeiten untersucht werden, nämlich:

8a) Die Ionen durchlaufen die Schicht im Freifall und

8b) die Ionen durchlaufen die Schicht mit einer durch Umladungen bestimmten Geschwindigkeit.

2.2. Ionisierungsausbeute und mittlere Geschwindigkeit der Elektronen in der Schicht

Zur Untersuchung der Potentialgleichung (2) ist die Angabe der Raumladungen ϱ_e und ϱ_i erforderlich. Ganz allgemein gilt für die Raumladung von Ladungsträgern, die eine Stromdichte j erzeugen und eine Geschwindigkeit v besitzen

$$\varrho = \frac{j}{v} \tag{5}$$

Die Stromdichte der aus dem Plasma in die Schicht einlaufenden Elektronen ist als gegeben vorauszusetzen. Ein Ausdruck für die durch die Elektronen gebildete Ionenstromdichte ergibt sich wie folgt: Da die Elektronen am Plasmarand die mittlere Eigengeschwindigkeit U_{em} besitzen, sind sie in der Lage, zu ionisieren, sobald sie in der Schicht das Potential $U_i - U_{em}$ erreicht haben. Für die Ionenstromdichte gilt dann mit Voraussetzung 7 und Gleichung (4)

$$j_i = j_e \int_{x(U_i - U_{em})}^{x(U_E)} p \cdot C_1 \left[U - (U_i - U_{em}) \right] dx \tag{6}$$

Unter 3 ist die Gültigkeit des Langmuir-Child'schen-Gesetzes ausdrücklich zur Bestimmung der Ionisierungsausbeute vorausgesetzt worden, so daß daraus folgt:

$$\frac{dx}{dU} = \frac{3}{4} U^{-1/4} j_e^{-1/2} \left(\frac{4 \varepsilon_o}{9} \sqrt{\frac{2e}{m}} \right)^{1/2} \tag{7}$$

Damit kann (6) transformiert und dann das bestimmte Integral ausgeführt werden.

$$j_i = \frac{3}{4} C_1 \left(\frac{4\varepsilon_0}{9}\sqrt{\frac{2e}{m}}\right)^{1/2} \gamma_e^{1/2} p \left(\frac{4}{7} U_E^{7/4} - \frac{4}{3} U_E^{3/4}(U_i - U_{em}) + \frac{16}{21}(U_i - U_{em})^{7/4}\right) \quad (8)$$

Für den weiteren Fortgang der Rechnung ist es günstig, die Ionenstromdichte in der Form

$$j_i = I \cdot j_e \quad (9)$$

darzustellen, so daß

$$I = \frac{3}{4} C_1 \left(\frac{4\varepsilon_0}{9}\sqrt{\frac{2e}{m}}\right)^{1/2} \gamma_e^{-1/2} p \left(\frac{4}{7} U_E^{7/4} - \frac{4}{3} U_E^{3/4}(U_i - U_{em}) + \frac{16}{21}(U_i - U_{em})^{7/4}\right) \quad (10)$$

Neben der Stromdichte ist zur Bestimmung der Ionenraumladung nach Gleichung (5) die Geschwindigkeit der Ionen anzugeben. Für den Freifall der Ionen nach Voraussetzung 8a) läßt sich deren Betrag leicht anschreiben. Nach Voraussetzung 8b) aber sind die Ionen dem Umladungsprozeß unterworfen, so daß sie im Mittel eine geringere Geschwindigkeit erhalten als freifallende Ionen. Eine Beziehung für diese mittlere Geschwindigkeit ist von SENA [7] angegeben worden.

Aus dem klassischen Umladequerschnitt

$$Q_u = \frac{1{,}88 \cdot 10^6}{U_i^2} \quad \left[\frac{m^2}{m^3}\,\mathrm{Torr}^{-1}\right] \qquad \text{I}$$

folgt die mittlere freie Weglänge zwischen zwei Umladungen

$$\lambda_u = \frac{1}{Q_u\, p} = \frac{U_i^2}{1{,}88 \cdot 10^6 p} \qquad \text{II}$$

und weiter die relative Wahrscheinlichkeit, daß die Strecke l frei durchflogen wird.

$$W = -\frac{1}{\lambda_u}\, e^{-l/\lambda_u} \qquad \text{III}$$

so daß für die mittlere Geschwindigkeit folgt:

$$\overline{v_u} = - \int_0^\infty \sqrt{\frac{el}{2M}} \sqrt{\frac{dU}{dx}} \frac{1}{\lambda_u} e^{-1/\lambda_u dl} \qquad (11)$$

In Gleichung (11) wird aus II λ_u und mit (7) die Feldstärke eingeführt. Hier wird die Voraussetzung 3) eingesetzt, um die mittlere Geschwindigkeit der Ionen zu bestimmen.

Aus Gleichung (11) folgt dann

$$\overline{v_u} = \sqrt{\frac{\pi}{3}} \sqrt{\frac{e}{2M}} \sqrt{\frac{U_i^2}{1{,}88 \cdot 10^6}} \left(\frac{4\varepsilon_o}{9}\sqrt{\frac{2e}{m}}\right)^{-1/4} j_e^{1/4} p^{-1/2} U^{1/8} \qquad (12)$$

oder wegen der einfachen Schreibweise

$$\overline{v_u} = C_2 \, j_e^{1/4} \, p^{-1/2} \, U^{1/8} \qquad (13)$$

so daß C_2 aus (12) und (13) hervorgeht. Der Wert C_2 ist eine Konstante des Entladungsgases (M, U_i).

2.3. Stationärer Ansatz der Raumladungsgleichung und dessen Gültigkeitsbereich

Es wird von vornherein angesetzt, daß in der Elektronenraumladungsschicht ein stationärer Zustand herrscht, indem angenommen wird, daß ein stationärer Elektronenstrom mit der Dichte j_e vom Plasma zur Sonde fließt. Es ist dann die Frage berechtigt, ob es eine Bedingung gibt, die die Gültigkeit dieses Ansatzes einschränkt.

Für die Elektronen- bzw. Ionen-Raumladungen gilt:

$$\rho_e = -\frac{j_e}{v_e} = -\sqrt{\frac{m}{2e}}\ \frac{j_e}{\sqrt{U + U_{em}}} \qquad (14)$$

wenn die Elektronen am Schichtrand im Mittel mit einer Anfangsgeschwindigkeit, entsprechend U_{em}, starten. Mit Gleichung (9) und Voraussetzung 8a) gilt für die Ionenraumladung:

$$\rho_i = -\frac{j_i}{v_i} = -\sqrt{\frac{M}{2e}}\ \frac{I\, j_e}{\sqrt{U_E - U}} \qquad (15)$$

Nach Voraussetzung 1) und mit Gleichung (2) folgt dann die Differentialgleichung:

$$\frac{d^2U}{dx^2} = \frac{j_e}{\sqrt{2e}\ \varepsilon_o}\left(\frac{\sqrt{m}}{\sqrt{U + U_{em}}} - \frac{I\sqrt{M}}{\sqrt{U_E - U}}\right) \qquad (16)$$

Da vorausgesetzt wurde, daß sämtliche bei einem Sondenpotential U_E gebildeten Ionen von der Sondenoberfläche aus durch die Schicht laufen, ist I eine Funktion des vorgegebenen Sondenpotentials U_E und bleibt bei Integration der Gleichung (16) als konstanter Faktor stehen. Mit der bekannten Umformung

$$\frac{d^2U}{dx^2} = \frac{1}{2}\ \frac{d}{dU}\left(\frac{dU}{dx}\right)^2$$

folgt aus Gleichung (16)

$$\left(\frac{dU}{dx}\right)^2 = \frac{4\, j_e}{\sqrt{2e}\ \varepsilon_o}\left(\sqrt{m}\sqrt{U + U_{em}} + I\sqrt{M}\sqrt{U_E - U}\right) + K \qquad (17)$$

Die Integrationskonstante K wird bestimmt aus der Feldstärke am Schichtrand (U = 0), die annäherungsweise gleich

Null gesetzt wird $(\frac{dU}{dx})_{u=o} = 0$, so daß für K folgt:

$$-K = \frac{4\, j_e}{\sqrt{2e}\ \varepsilon_o} \left(\sqrt{m}\ \sqrt{U_{em}} + I \sqrt{M}\ \sqrt{U_E} \right) \tag{18}$$

Die Gleichungen (17) und (18) liefern somit

$$\left(\frac{dU}{dx}\right)^2 = \frac{4\, j_e}{\sqrt{2e}\ \varepsilon_o} \left[\sqrt{m}\ \left(\sqrt{U + U_{em}} - \sqrt{U_{em}} \right) + I \sqrt{M}\ \left(\sqrt{U_E - U} - \sqrt{U_E} \right) \right] \tag{19}$$

Da die linke Seite der Gleichung (19) als Quadrat von vornherein größer oder gleich Null ist, verliert die Gleichung (19) ihren physikalischen Sinn, wenn die Bedingung (20)

$$\sqrt{m}\ \left(\sqrt{U + U_{em}} - \sqrt{U_{em}} \right) + I \sqrt{M}\ \left(\sqrt{U_E - U} - \sqrt{U_E} \right) \geqq 0 \tag{20}$$

nicht erfüllt sein sollte.

Wird daraufhin die Sondenoberfläche als Ausgangsort der in der Schicht gebildeten Ionen untersucht - denn dort besitzen die Ionen die geringste Geschwindigkeit und erzeugen damit die größte positive Raumladung -, dann ist in Gleichung (20) $U = U_E$ zu setzen und es folgt

$$\sqrt{m}\ \left(\sqrt{U_E + U_{em}} - \sqrt{U_{em}} \right) \geqq -\sqrt{M}\ \sqrt{U_E} \tag{21}$$

Nach Umformung und Einsetzen des Ausdruckes (9) für den Faktor I

$$\frac{\left(U_E + U_{em}\right)^{1/2} - U_{em}^{1/2}}{U_E^{1/2}\left(\frac{4}{7}U_E^{7/4} - \frac{4}{3}U_E^{3/4}\left(U_i - U_{em}\right) + \frac{16}{21}\left(U_i - U_{em}\right)^{7/4}\right)} \geq \frac{3}{4} C_1 p\, j_e^{-1/2} \left(\frac{4\varepsilon_o}{9}\sqrt{\frac{2e}{m}}\right)^{1/2} \sqrt{\frac{M}{m}} \tag{22}$$

Der Ungleichung (21) ist zu entnehmen, daß der stationäre Ansatz der Differentialgleichung (16) immer zu einer Lösung führt, wenn das Sondenpotential im Bereich $0 \leqq U_E \leqq (U_i - U_{em})$ bleibt. Dann ist der Faktor I nach Gleichung (4) in Voraussetzung 7) gleich Null zu setzen, weil die Elektronen in der Schicht nicht genügend Energie aufnehmen, um ionisieren zu können. Die Ungleichung (21) geht demnach über in die Ungleichung

$$\sqrt{U_E + U_{em}} - \sqrt{U_{em}} \geq 0 \qquad (23)$$

die in dem angegebenen Bereich des Sondenpotentiales stets gültig ist.

Ebenso ist damit gezeigt, daß der stationäre Ansatz für alle positiven Potentiale der Sonde eine Lösung besitzt, falls vorausgesetzt wurde, daß in der Schicht keine Ionisationen auftreten. Die Freifallbedingung zwingt dazu in Gleichung (9) den Faktor I von vorherein konstant gleich Null zu setzen, so daß wiederum die Ungleichung (23) folgt, die für alle positiven Sondenpotentiale erfüllt ist.

Ist bei der bisherigen Untersuchung der Poisson'schen Gleichung von der Voraussetzung 8a) Gebrauch gemacht worden, so soll anschließend die Freifallbedingung für die Ionen entfallen und für deren mittlere Geschwindigkeit der Ausdruck Gleichung (13) eingeführt werden, wie unter 8b) vorausgesetzt.
Statt Gleichung (16) ist dann zu schreiben:

$$\frac{d^2U}{dx^2} = \frac{j_e}{\varepsilon_o} \left(\frac{\sqrt{\frac{m}{2e}}}{(U + U_{em})^{1/2}} - \frac{I}{C_2\, j_e^{1/4}\, p^{-1/2} (U_E - U)^{1/8}} \right) \qquad (24)$$

Bei Anwendung der Umformung $\frac{d^2U}{dx^2} = \frac{1}{2} \frac{d}{dU} \left(\frac{dU}{dx}\right)^2$ ist auch Gleichung (24) elementar zu integrieren und führt zu der Gleichung

$$\left(\frac{dU}{dx}\right)^2 = \frac{2j_e}{\varepsilon_o}\left(2\sqrt{\frac{m}{2e}}(U+U_{em})^{1/2} + \frac{I}{C_2 j_e^{1/4} p^{-1/2}} \frac{4}{7}\left[(U_E-U)^{7/8} - U_E^{7/8}\right]\right) \geq 0 \quad (25)$$

Die Integrationskonstante K in (25) wird wieder bestimmt aus der Feldstärke am Plasmarand U = 0, die schon oben näherungsweise Null gesetzt wurde.

$$-K = \frac{2\,j_e}{\varepsilon_o}\left(2\sqrt{\frac{m}{2e}}\,U_{em}^{1/2} + \frac{I}{C_2 j_e^{1/4} p^{-1/2}} \cdot \frac{8}{7} \cdot U_E^{7/8}\right) \quad (26)$$

Gleichungen(25) und (26) liefern dann endlich:

$$\left(\frac{dU}{dx}\right)^2 = \frac{2j_e}{\varepsilon_o}\left(2\sqrt{\frac{m}{2e}}\left[(U+U_{em})^{1/2} - U_{em}^{1/2}\right] + \frac{I\,p^{1/2}}{C_2\, j_e^{1/4}} \frac{8}{7}\left[(U_E-U)^{7/8} - U_E^{7/8}\right]\right) \quad (27)$$

Ebenso wie aus Gleichung (19) die Bedingung (20) hervorging, folgt aus der Gleichung (27) die Bedingung (28):

$$\sqrt{\frac{m}{2e}}\left[(U+U_{em})^{1/2} - U_{em}^{1/2}\right] + \frac{I\,p^{1/2}}{C_2\, j_e^{1/4}} \frac{4}{7}\left[(U_E-U)^{7/8} - U_E^{7/8}\right] \geq 0 \quad (28)$$

Durch die Annahme $\left(\frac{dU}{dx}\right)_{U=0} = 0$ ist diese Bedingung am Plasmarand immer erfüllt, sie wird am ehesten verletzt werden dort, wo die stärkste Kompensation der negativen Raumladung auftritt.

In der Ungleichung (28) wird also $U = U_E$ gesetzt und gleichzeitig der Faktor I nach Gleichung (10) wieder ausführlich geschrieben. Dann folgt

$$(U_E+U_{em})^{1/2} - U_{em}^{1/2} - \sqrt{\frac{2e}{m}}\,\frac{3}{7}\,\frac{C_1\left(\frac{4\varepsilon_o}{9}\sqrt{\frac{2e}{m}}\right)^{1/2} p^{3/2}}{C_2\; j_e^{3/4}} \cdot$$

$$\cdot\left[\frac{4}{7}U_E^{7/4} - \frac{4}{3}U_E^{3/4}(U_i-U_{em}) + \frac{16}{21}(U_i-U_{em})^{7/4}\right] U_E^{7/8} \geq 0 \quad (29)$$

Zur Untersuchung, für welche Werte des Elektrodenpotentials U_E die Ungleichung (29) erfüllt ist, ist (29) so umzuordnen, daß die Potentiale U_E, U_{em}, U_i den Konstanten und übrigen Plasmadaten gegenüberstehen. Dann muß gelten:

$$\frac{(U_E + U_{em})^{1/2} - U_{em}^{1/2}}{U_E^{7/8}\left(\frac{4}{7}U_E^{7/4} - \frac{4}{3}U_E^{3/4}(U_i - U_{em}) + \frac{16}{21}(U_i - U_{em})^{7/4}\right)} \geq \frac{3\,C_1\left(\frac{4\varepsilon_0}{9}\sqrt{\frac{2e}{m}}\right)^{1/2}}{7\,C_2\;\;\mathfrak{J}_e^{3/4}}\sqrt{\frac{2e}{m}}\,p^{3/2} \tag{30}$$

Die Umformung (29) nach (30) ist richtig, weil der Ausdruck

$$\left(\frac{4}{7}U_E^{7/4} - \frac{4}{3}U_E^{3/4}(U_i - U_{em}) + \frac{16}{21}(U_i - U_{em})^{7/4}\right)$$

für alle Elektrodenpotentiale positiv ist und gegen Null geht für $U_E \rightarrow (U_i - U_{em})$.

Die numerische Auswertung der Ungleichung (30) wird zeigen, daß der stationäre Ansatz der Poisson'schen Gleichung nicht für jedes Elektrodenpotential U_E zu einer Lösung führt.

2.4. Grenzwerte des Sondenpotentials als Folge der Stationäritätsbedingung

Die Gültigkeit der Ungleichung (30) wird mit beispielsweise vorgegebenen Plasmadaten und den Konstanten des Neutralgases durch ein grafisches Verfahren untersucht.
Werden in Gleichung (30) die Konstanten zusammengefaßt, so folgt

$$F(U_E) = \frac{(U_E + U_{em})^{1/2} - U_{em}^{1/2}}{U_E^{7/8}\left(\frac{4}{7}U_E^{7/4} - \frac{4}{3}U_E^{3/4}(U_i - U_{em}) + \frac{16}{21}(U_i - U_{em})^{7/4}\right)} \geq \{\;\mathfrak{J}_e^{-3/4}\,p^{3/2} \tag{31}$$

Bei Quecksilber als Entladungsgas ist einzusetzen

$$\{ = 3{,}788 \cdot 10^2 \left[V^{-17/8}\;\text{Torr}^{-3/2}\;A^{3/4}\;m^{-3/2}\right] \tag{32}$$

Mit den Werten $j_e = 5 \cdot 10^3$ [A m^{-2}] und $U_{em} = 1$ [V] kann in einer gemeinsamen grafischen Darstellung die linke Seite der Ungleichung (31) als Funktion des Elektrodenpotentials $F(U_E)$ und die rechte Seite für angewählte Werte der Gasdichte p als Abszissenparallele eingetragen werden.

Bild 2 macht das Verhalten der Ungleichung (31) als Bedingung für das Vorhandensein einer Lösung der stationär angesetzten Poisson-Gleichung anschaulich. Es existiert ein Grenzpotential, für das die Ungleichung zur Gleichheit wird. Für alle kleineren Werte des Potentials ist die Ungleichung erfüllt, für alle größeren Werte ist eine Lösung des stationären Ansatzes nicht vorhanden.

Ein ähnliches Verhalten ergibt sich auch für die Lösung der Ungleichung (22).

Die Voraussetzungen, die zu den Ungleichungen (22) und (30) führten, enthalten keine Einschränkungen hinsichtlich des Entladungsgases, so daß entsprechende grafische Darstellungen beispielsweise auch für die Edelgase, möglich sind. In Bild 3 sind bereits die Grenzpotentiale U_{EGr} über der Gasdichte eingetragen, durch die die Ungleichung (30) gerade als Gleichheit erfüllt wird, und zwar sowohl für Hg als auch für He, Ne und A. Für alle vier Kurven gelten dieselben oben genannten Plasmadaten. Bezogen auf die gleiche Gasdichte zeigt Bild 3 deutlich ein Ansteigen des Grenzpotentials U_{EGr} vom Quecksilber über Argon, Neon zum Helium. Da vor allem die Ionisierungspotentiale U_i in der gleichen Reihenfolge ansteigen und die Ionenmassen fallen, ist dieses Ergebnis verständlich.

Es ist interessant festzustellen, daß es nur sehr wenige Ionen sind, die den Bereich einer stationären Lösung der Poisson-Gleichung für die Schicht begrenzen. Die Gleichung (10) ermöglicht direkt die Ionenstromdichte zu errechnen. Man findet Werte, die gegenüber der Elektronenstromdichte zu ver-

nachlässigen sind. Die von den wenigen Ionen eingebrachte positive Raumladung ist wegen der kleinen Ionengeschwindigkeit aber so groß, daß dadurch zunächst die Schichtdicke wächst und schließlich der stationäre Bereich begrenzt wird.

2.5. Die Gasdichte als Funktion der Plasmadaten und des Grenzpotentials

Die grafischen Darstellungen in Bild 3 machen deutlich, daß das Grenzpotential U_{EGr} mit der Neutralgasdichte verknüpft ist. Andererseits ist aus der Ungleichung (30) zu ersehen, daß die Plasmadaten, Elektronenstromdichte und Elektronentemperatur, den stationären Bereich entscheidend mitbestimmen.

Die Bestimmung dieser Plasmadaten erfolgt im allgemeinen mit der Langmuir-Sonde.

Bekanntlich weist die Sondenkennlinie im Elektronensättigungsast bei einem von den Plasmadaten abhängigen Potential einen steilen Anstieg des Sondenstromes auf, mit dem die Kennlinie einer Entladung beginnt, für die die Sonde Anode ist.

Es wird behauptet, daß das empirisch gefundene Zündpotential mit dem aus der Stationäritätsbedingung (30) definierten Grenzpotential übereinstimmt. Mit dieser Behauptung ergibt sich die Möglichkeit, das Grenzpotential der Bedingung (30) zu messen. Dabei ist zu bedenken, daß das Grenzpotential gerade das Potential ist, für das Ungleichung (30) zur Gleichheit wird, so daß dann folgt:

$$\frac{(U_{EGr}+U_{em})^{1/2}-U_{em}^{1/2}}{U_{EGr}^{7/8}\left[\frac{4}{7}U_{EGr}^{7/4}-\frac{4}{3}U_{EGr}^{3/4}(U_i-U_{em})+\frac{16}{21}(U_i-U_{em})^{7/4}\right]}=\xi\frac{p^{3/2}}{j_e^{3/4}} \qquad (33)$$

Diese Gleichung läßt sich nach dem Neutralgasdruck p auflösen, so daß schließlich der Druck p als Funktion der Plasmadaten j_e und U_{em}, des Grenzpotentials U_{EGr} und der Konstanten des Entladungsgases, darzustellen ist:

$$p_m = \xi^{-2/3} j_e^{1/2} \left[\frac{(U_{EGr}+U_{em})^{1/2} - U_{em}^{1/2}}{U_{EGr}^{7/8}\left(\frac{4}{7}U_{EGr}^{7/4} - \frac{4}{3}U_{EGr}^{3/4}(U_i-U_{em}) + \frac{16}{21}(U_i-U_{em})^{7/4}\right)} \right]^{2/3} \quad (34)$$

Mit der Freifallbedingung für die Ionen in der Schicht ergab sich bereits eine der Bedingung (30) entsprechende Beziehung (22), aus der sich ebenfalls eine Gleichung für den Neutralgasdruck gewinnen läßt:

$$p_o = \xi^{-1} j_e^{1/2} \frac{(U_{EGr}+U_{em})^{1/2} - U_{em}^{1/2}}{U_{EGr}^{1/2}\left(\frac{4}{7}U_{EGr}^{7/4} - \frac{4}{3}U_{EGr}^{3/4}(U_i-U_{em}) + \frac{16}{21}(U_i-U_{em})^{7/4}\right)} \quad (35)$$

Durch die experimentelle Prüfung wird zu entscheiden sein, ob die Gleichung (34) (mit Umladungen) oder die einfachere Gleichung (35) (ohne Umladungen) richtig ist. Da zumindest bei Quecksilber-Entladungen der Übergang der Sondenkennlinie in den anodischen Bereich schon bei geringen Schichtdicken beobachtet wird, ist zu erwarten, daß Umladungen keine wesentliche Rolle spielen, so daß auch die Ergebnisse der Gleichungen (34) und (35) keine großen Abweichungen voneinander zeigen werden.

2.6. Diskussion und Kritik der theoretischen Ergebnisse

Die Untersuchung des stationären Ansatzes der Poisson'schen Gleichung für eine Elektronenraumladungsschicht hat mit den obigen Voraussetzungen schließlich zu Beziehungen geführt,

die die Neutralgasdichte im Entladungsraum mit den Plasmadaten verknüpft. Damit ist zweierlei erreicht: Einmal gestattet die Gleichung (34) oder (35) aus den mit einer Langmuir-Sonde bestimmbaren Plasmadaten die Gasdichte am Ort der Sonde zu errechnen und zum anderen ist damit die Methode für die Prüfung der theoretischen Ergebnisse vorgezeichnet.

Wenn also die bisherigen Ergebnisse diskutiert und einer Kritik unterzogen werden sollen, dann werden allein die beiden Gasdichtebeziehungen (34) und (35) betrachtet.
Die Diskussion der beiden Gleichungen läßt das Modell einer Raumladungskompensation in der Schicht hervortreten, von der die Untersuchung ausging.

Nach den Gleichungen wird bei konstanter Elektronenstromdichte und Elektronentemperatur das Grenzpotential U_{EGr} um so eher erreicht, je größer die Neutralgasdichte ist. Das stimmt überein mit der Vorstellung, daß in der Schicht eine gewisse Anzahl Ionen gebildet werden muß, um die Elektronenraumladung zu kompensieren und dadurch die stationäre Schicht aufzulösen.

Weiter ergibt sich theoretisch, daß bei konstanter Neutralgasdichte das Grenzpotential U_{EGr} um so größer ist, je höher die Elektronenstromdichte j_e ist. Die Vorstellung, daß bei einem bestimmten Druck eine gewisse Flugstrecke der Elektronen erforderlich ist, um ausreichend Ionen entstehen zu lassen, zusammen mit der Tatsache, daß die Schichtdicke um so kleiner je größer die Elektronenraumladung ist, macht diesen Zusammenhang plausibel.

Die Elektronentemperatur erhält einen Einfluß auf die Gleichungen (34) und (35), wenn das Grenzpotential U_{EGr} Werte annimmt, die dem Ionisierungspotential des Neutralgases nahekommen. Beiden Gleichungen gemeinsam ist die Abhängigkeit des Druckes von der Elektronenstromdichte in

der Potenz 1/2 und der steile Anstieg der mit (34) und (35) errechneten Gasdichte für den Grenzfall, daß U_{EGr} gegen $(U_i - U_{em})$ geht. Dieses Verhalten ist nach dem verwendeten Modell allerdings zu erwarten, denn es wäre tatsächlich eine sehr hohe Gasdichte erforderlich, damit Elektronen, die kaum die Ionisierungsenergie aufbringen, genügend Ionen bilden können, um zu einer Raumladungskompensation zu gelangen.

Im Folgenden sollen Voraussetzungen und Vereinfachungen auf ihre Zulässigkeit geprüft und gegebenenfalls Korrekturen eingeführt werden.

2.6.1. Korrektur des linearen Ansatzes der Ionisierungsfunktion

Nach Voraussetzung 7) ist mit Gleichung (4) der Ionisierungsquerschnitt als lineare Funktion des Elektrodenpotentials angesetzt und in die Gleichung (6) für die Ionisierungsausbeute eingesetzt worden. Demnach enthalten auch die Gleichungen (34) und (35) diese Näherung, die aber von vornherein auf einen sehr engen Bereich der Sondenspannung begrenzt ist. Die Ionisierungsfunktion erreicht jedoch sehr bald ein Maximum und fällt dann mit steigender Spannung stetig ab. Nähert sich das Grenzpotential U_{EGr} dem zum Maximum der Ionisierungsfunktion gehörigen Potential, dann werden in der Schicht weniger Ionen erzeugt als in der Rechnung angenommen wird. Dadurch ist eine größere Potentialdifferenz in der Schicht erforderlich, um soviel Ionen zu erzeugen, daß die Stationaritätsgrenze erreicht wird. Die Gleichungen (34) und (35) ergeben dann aus den Plasmadaten eine zu kleine Gasdichte p.

Diese Einschränkung in den Voraussetzungen soll nachträglich korrigiert werden.

Nach Fabrikant[8] werden Anregungs- und Ionisierungsfunktionen in guter Näherung durch den Ausdruck

$$Q_i = Q_{mi} \frac{U - U_i}{U_{mi}} e^{-\frac{U - U_i}{U_{mi}} + 1} \qquad (36)$$

wiedergegeben. Alle für die Aufstellung der Ionisierungsfunktion in (36) erforderlichen Konstanten des Entladungsgases sind für Quecksilberdampf und die Edelgase aus der Literatur bekannt [9].

Um die Nichtlinearität der Ionisierungsfunktion nachträglich zu berücksichtigen, wird die Konstante C_1 in der Gleichung (4) für das vorliegende Potential U_{EGr} jeweils so bestimmt, daß die Ionisierungsausbeuten der linearen und der Näherungsfunktion (36) gleich sind. Wenn Gleichung (36) so abgeändert wurde, daß U das Potential in der Schicht angibt, muß gelten:

$$\frac{Q_{mi}}{U_{mi}} \int_{U_i - U_{em}}^{U_{EGr}} \frac{U - (U_i - U_{em})}{U^{1/4}} e^{-\frac{U - U_i - U_{mi} + U_{em}}{U_{mi}}} dU = C_{1Korr} \int_{U_i - U_{em}}^{U_{EGr}} \left(U^{3/4} - \frac{U_i - U_{em}}{U^{1/4}} \right) dU \qquad (37)$$

Aus (37) folgt für die korrigierte Konstante:

$$C_{1Korr} = \frac{Q_{mi}}{U_{mi}} \cdot \frac{\int_{U_i - U_{em}}^{U_{EGr}} \frac{U - (U_i - U_{em})}{U^{1/4}} e^{-\frac{U - U_i - U_{mi} + U_{em}}{U_{mi}}} dU}{\int_{U_i - U_{em}}^{U_{EGr}} \left(U^{3/4} - (U_i - U_{em}) U^{-1/4} \right) dU} \qquad (38)$$

Wird das Integral im Zähler des Quotienten in Gleichung (38) grafisch ausgeführt, so läßt sich zu jedem Grenzpotential U_{EGr} eine Konstante C_{1Korr} errechnen. Wenn aus der Gleichung (34) die Neutralgasdichte p_m mit der Konstanten C_1 bestimmt worden ist, dann ist nachträglich der lineare

Ansatz der Ionisierungsfunktion in (34) zu korrigieren durch Multiplikation der Konstanten mit dem Faktor

$$\varkappa = \left(\frac{C_1}{C_{1Korr}} \right)^{2/3} \qquad (39)$$

Dieser Korrekturfaktor ist für Quecksilber, Neon und Argon als Funktion des Grenzpotentials grafisch dargestellt in Bild 4.
Die numerische Untersuchung der Gleichung (38) hat gezeigt, daß die Anfangsgeschwindigkeit der Elektronen U_{em} auf den Korrekturfaktor $\varkappa$ keinen Einfluß hat.

2.6.2. Einführung eines Geometriefaktors für Messungen mit einer Zylindersonde

Eine wesentliche Voraussetzung für die Ableitung der Stationäritätsbedingung und der Gasdichtebeziehung war die Annahme einer ebenen Schicht. Es ist verständlich, daß auch bei einer kreiszylindrischen Sonde diese Überlegungen zu richtigen Ergebnissen führen, solange die Dicke der Raumladungsschicht auch bei Erreichen der Stationäritätsgrenze kleiner bleibt als der Sondenradius.

Wird die Schichtdicke größer, so muß ein Fehler vor allem dadurch entstehen, daß im kreiszylindrischen Fall innerhalb der Schicht die primäre Elektronenstromdichte j_e merklich zunimmt. Es wird vorausgesetzt, daß die Trägerdichte und damit die Stromdichte am Schichtrand unabhängig vom Elektrodenpotential ist, und zwar gilt dann für die Stromdichte die Gleichung

$$j_e = \frac{1}{4} \, e \, n_{ew} \sqrt{\frac{8e \, U_e}{\pi \, m}} \qquad (40)$$

Die mit der Schichtdicke zunehmende Oberfläche der Schichtgrenze führt aber zu einer erhöhten Stromaufnahme der Elektrode und damit zu einem Anstieg der Stromdichte innerhalb der Schicht.

Wenn die ebene Darstellung an einer zylindersymmetrischen Elektrode versagt, kann also eine erste Korrektur dadurch erreicht werden, daß statt der Stromdichte beim Plasmapotential ein Wert eingesetzt wird, der sich zwischen diesem und dem bei Grenzpotential gegebenen einstellt.

Es wird eine Zylindersonde betrachtet, deren aktiver Teil ein aus einer Isolation herausragender kleiner Metallzylinder der Länge l_s und vom Radius r_s ist. Die Oberfläche dieser Sonde ist dann gegeben durch

$$F_s = \pi r_s (2 l_s + r_s) \tag{41}$$

Erreicht die Schicht die Dicke δ, dann ist ihre Oberfläche

$$F = F_s + 2\pi\delta (2 r_s + l_s + \tfrac{3}{2}\delta) \tag{42}$$

Da j_e = const. an der Grenze Plasma - Schicht, sind die entsprechenden, von der Sonde aufgenommenen Ströme gegeben durch

$$I_{e_s} = j_{es} \pi r_s (2 l_s + r_s) \; ; \quad \delta = 0 \tag{43}$$

$$I_{e\delta} = j_{es} (F_s + 2\pi\delta [\, 2 r_s + l_s + \tfrac{3}{2}\delta \,]) \; ; \quad \delta \neq 0 \tag{44}$$

Die relative Stromzunahme ist dann

$$\frac{I_{e\delta} - I_{e_s}}{I_{e_s}} = \frac{4 r_s + 2 l_s + 3\delta}{r_s (2 l_s + r_s)} \tag{45}$$

Gleichung (45) läßt sich nach δ auflösen:

$$\delta = -\frac{2r_s + l_s}{3} + \sqrt{\frac{(2r_s + l_s)^2}{9} + r_s \frac{2l_s + r_s}{3} \cdot \frac{J_{es} - J_{es}}{J_{es}}} \qquad (46)$$

Bis auf die relative Stromzunahme enthält die Gleichung (46) nur Abmessungen der Sonde.

Damit ist gezeigt, daß aus der Sondenkennlinie, nämlich dem relativen Anstieg des Elektronensättigungsstromes, die Raumladungsschicht errechnet werden kann, solange vorausgesetzt werden kann, daß der gesamte Sondenstrom im Sättigungsbereich von Elektronen getragen wird. Diese Voraussetzung ist selbst bis zum Grenzpotential in guter Näherung erfüllt.

Die in der Schicht für Ionisationen wirksame Elektronenstromdichte wird als Mittelwert aus allen im Ionisierungsbereich der Schicht auftretenden Stromdichten bestimmt. Die Elektronen müssen in der Schicht erst die Energie $U_i - U_{em}$ aufnehmen, um ionisieren zu können, d.h. sie durchfliegen eine Strecke δ_{io}, in der mit Sicherheit keine Ionisationen auftreten. Diese Strecke läßt sich abschätzen, indem das Langmuir-Child'sche Gesetz verwendet wird, so daß

$$\delta_{io} = 1{,}525 \cdot 10^{-3} \; \frac{(U_i - U_{em})^{3/4}_{V}}{j_{es}^{1/2}{}_{Am^{-2}}} \quad [m] \qquad (47)$$

Auf der restlichen Strecke $\delta_i = \delta_{Gr} - \delta_{io}$ bis zur Elektrode erfolgen die Ionisationen. Der mittlere Wert der von dort aus durchflogenen Zylinderflächen ist dann mit Gleichung (42)

$$\overline{F} = \frac{1}{\delta_i} \int_0^{\delta_i} (F_s + 2\pi\delta(2\, r_s + l_s + \tfrac{3}{2}\delta)\, d\delta \qquad (48)$$

so daß schließlich gilt

$$\overline{F} = F_s + \pi \delta_i (2 r_s + l_s + \delta_i) \tag{49}$$

Ist I_{eGr} der Sondenstrom an der Stationaritätsgrenze bei U_{EGr}, dann gilt am Schichtrand:

$$I_{eGr} = j_{e_s} \cdot F_{Gr} \tag{50}$$

wenn F_{Gr} durch Gleichung (42) für $\delta = \delta_{Gr}$ (Gleichung (46)) definiert wird.

Die für die Ionisationen in der Schicht wirksame Stromdichte j_{ei} ergibt sich aus

$$I_{eGr} = j_{e_i} \overline{F} \tag{51}$$

wobei aus Gleichung (50) und (51) folgt

$$j_{ei} = j_{es} \frac{F_{Gr}}{\overline{F}} \tag{52}$$

Die Gleichungen (34) und (35) müssen demnach bei Messung mit Zylindersonde durch einen Korrekturfaktor

$$q = \left(\frac{F_{Gr}}{\overline{F}}\right)^{1/2} \tag{53}$$

ergänzt werden, denn die Stromdichte geht in diese Gleichungen mit der Potenz 1/2 ein.

Eine Untersuchung des Langmuir-Child'schen Gesetzes gibt einen Überblick darüber, in welcher Richtung und Größenordnung ein Fehler dadurch entsteht, daß für eine zylindrische Schicht ein ebener Ansatz verwendet wird.

Nach LANGMUIR und BLODGETT [10] ist die Elektronen-Stromdichte in einer ebenen Schicht gegeben durch den Ausdruck

$$j_{\parallel} = \frac{4\varepsilon_o}{9}\sqrt{\frac{2e}{m}}\,\frac{U^{3/2}}{\delta^2} = 2{,}325 \cdot 10^{-6}\,\frac{U^{3/2}}{\delta^2}\ [Am^{-2}] \qquad (54)$$

Wird diese Gleichung auf die Schicht einer zylindrischen Sonde vom Radius r_s angewendet, dann ist die Schichtdicke besser zu ersetzen durch

$$\delta = (\alpha_{\parallel} - 1)\, r_s \quad \text{mit} \quad \alpha_{\parallel} = \frac{r}{r_s} \qquad (55)$$

so daß (54) dann lautet:

$$j_{\parallel} = 2{,}325 \cdot 10^{-6}\,\frac{U^{3/2}}{\left[(\alpha_{\parallel} - 1)r_s\right]^2}\ [Am^{-2}] \qquad (56)$$

Die Gleichung (56) wird verglichen mit dem ebenfalls von LANGMUIR und BLODGETT[10] angegebenen Raumladungsgesetz für kreiszylindrische Elektroden.

$$j_o = 2{,}325 \cdot 10^{-6}\,\frac{U^{3/2}}{\alpha_o\, \beta^2\, r_s^{\,2}}\ [Am^{-2}];\ \alpha_o = \frac{r}{r_s} \qquad (57)$$

mit $\beta^2 = f(\alpha_o)$, einer Funktion, die in der zitierten Arbeit tabelliert ist. Hat sich bei vorgegebenem Potential eine bestimmte Schichtdicke eingestellt ($\alpha_o = \alpha_{\parallel}$), so ergibt sich nach zylindersymmetrischer Rechnung eine kleinere Stromdichte j_o als bei ebener Rechnung, wie durch Division der Gleichungen (56) und (57) und der grafischen Darstellung des Quotienten aus Bild 5 hervorgeht. Für $\alpha_{\parallel} = \alpha_o = \alpha = 4$ beträgt die Stromdichte in der zylindrischen Schicht nur 40% der Stromdichte, die sich bei ebener Betrachtung derselben Schicht ergibt. Aus den Gleichungen (56) und (57) folgt andererseits durch Gleichsetzung unter der Voraussetzung, daß

in der Schicht die Stromdichte und die anliegende Spannung vorgegeben sind:

$$\frac{\alpha_o}{\alpha_{\parallel}} = \frac{\alpha_o}{\sqrt{\alpha_o \, \beta^2} + 1} \qquad (58)$$

Diese Abhängigkeit ist für vorgegebene Werte von α_o ebenfalls in Bild 5 eingetragen.

Man erkennt aus dieser Darstellung, daß der Quotient $\alpha_o / \alpha_{\parallel}$ mit steigendem α_o langsam fällt. Damit zeigt sich, daß die Schichtdicke bei ebener Rechnung immer etwas zu groß bestimmt wird gegenüber dem zylindrischen Ansatz, und zwar ergibt sich für eine zylindrische Schicht, deren Radius viermal so groß wie der Sondenradius ist, bei ebener Rechnung ein um 43% größerer Schichtradius ($\frac{\alpha_o}{\alpha_{\parallel}} = 0{,}7$ für $\alpha_o = 4$). Durch die Verwendung des Langmuir-Child'schen Gesetzes in der Form Gleichung (54) für die Bestimmung der Ionisierungsausbeute und der mittleren Ionengeschwindigkeit, wird dadurch also kein schwerwiegender Fehler entstehen, zumal zu bedenken ist, daß die in der Raumladungsschicht gebildeten Ionen durch teilweise Aufhebung der Raumladung ebenfalls zu einer Zunahme der Schichtdicke führen.

2.6.3. Fehlerabschätzung anderer Vereinfachungen der Rechnung

Durch die Einführung des Ionisierungspotentials des Entladungsgases in Gleichung (4) ist zugleich vorausgesetzt worden, daß in der Entladung und damit auch in der Schicht kein Neutralgasanteil vorhanden ist, der ein kleineres Ionisierungspotential aufweist. Darin liegt eine Vernachlässigung, da ein mehr oder weniger großer Teil der Neutralgasatome sich in der Entladung immer in einem Anregungszustand befindet, so daß zur Ionisation dieser Atome weniger

Energie erforderlich ist als bei Neutralen im Grundzustand. Während die angeregten Atome im allgemeinen durch spontane Emission schon nach sehr kurzer mittlerer Lebensdauer in den Grundzustand zurückfallen, haben die metastabilen Niveaus so große Lebensdauer, daß sie entweder an der Wandung oder durch Stoß mit den verschiedenen Partnern des Entladungsgases vernichtet werden. Atome in metastabilen Niveaus werden daher auch mit dem Neutralgas vom Plasma her in die Schicht eindiffundieren, wo sie vom primären Elektronenstrom ionisiert werden können.

Der zum Teil sehr geringe Energieunterschied zwischen metastabilem Niveau und Ionisierungsenergie - es gelten folgende Werte:

$$\text{Hg:}\quad U_i - U_\mu = 10{,}4 - 5{,}05 = 5{,}35 \quad [V]$$
$$\text{Ne:}\quad U_i - U_\mu = 21{,}5 - 16{,}6 = 4{,}9 \quad [V]$$
$$\text{A :}\quad U_i - U_\mu = 15{,}7 - 11{,}5 = 4{,}2 \quad [V]$$

führt dazu, daß auch sehr langsame Elektronen innerhalb der Raumladungsschicht ionisieren können, so daß das Ionisierungspotential des Entladungsgases auf einen effektiven Wert abgesenkt wird.

Die exakte Bestimmung dieses effektiven Ionisierungspotentials ist unmöglich, weil bisher Angaben über den Ionisierungsquerschnitt von Atomen im metastabilen Niveau vollständig fehlen. Man muß sich daher auf eine grobe Abschätzung des effektiven Ionisierungspotentials beschränken, die von der folgenden, sehr willkürlichen Annahme, ausgeht:

Die Ionisierungsfunktion der Neutralen und der Metastabilen, ebenso wie die effektive Ionisierungsfunktion, mögen gleiche Form und gleichen Maximalwert haben, so daß in jedem Falle eine Beziehung in Form der Gleichung (36) angeschrieben werden kann.
Es wird verlangt, daß die Ionisierungsausbeuten der Gasatome im Grundzustand und im metastabil angeregten Zustand zu-

sammengenommen gleich der Ausbeute sein sollen, die ein Gas mit dem effektiven Ionisierungspotential U_{ieff} liefert. Da gleiche Form der Ionisierungsfunktionen vorausgesetzt wurde, können alle drei so transformiert werden, daß sie für $U = U_i - U_{em}$ durch Null gehen, so daß geschrieben werden kann:

$$\int_{U_i-U_{em}}^{U_E+U_i-U_{ieff}} Q\,(U)\,\frac{dx}{dU}\,dU = \int_{U_i-U_{em}}^{U_E} Q(u)\,\frac{dx}{dU}\,dU + \frac{n_m}{n_o}\int_{U_i-U_{em}}^{U_E+U_m} Q(u)\,\frac{dx}{dU}\,dU \qquad (59)$$

Aus der Gleichung (59) wurde für die Gase Quecksilber, Neon und Argon nach einem grafischen Verfahren das effektive Ionisierungspotential bestimmt. Dazu mußte allerdings als entscheidender Faktor zunächst die Dichte der metastabil angeregten Atome bestimmt werden. Im Anhang 1 sind die Beziehungen aus [11] zusammengestellt, mit deren Hilfe dieser Wert an einigen für die späteren Messungen charakteristischen Beispielen errechnet wurde. Man findet, daß die Dichte der metastabil angeregten Atome in der Quecksilber- und in der Neon-Entladung so gering ist, daß nach obiger Abschätzung keine Absenkung des Ionisierungspotentials zu erwarten ist. In der Argonentladung erreicht die Dichte der metastabil angeregten Atome die Größenordnung von einigen Prozent der Gasdichte. Daraus ergibt sich dann eine Absenkung des Ionisierungspotentials von $U_i = 15{,}69$ V auf $U_{ieff} = 15{,}49$ V. Damit ist anzunehmen, daß in dem untersuchten Bereich die Wirkung der metastabilen Atome ohne Einfluß auf die Gasdichtebestimmung ist, wobei die Berechnung der Dichte der metastabil angeregten Atome allein auf der Arbeit von Fabrikant[11] beruht.

Es ist weiter vorausgesetzt worden, daß die Elektronen an der Grenze Plasma - Raumladungsschicht eine mittlere Anfangsgeschwindigkeit entsprechend U_{em} besitzen und mit dieser Geschwindigkeit senkrecht zur Plasmagrenze in die Schicht

einlaufen. Beide Voraussetzungen widersprechen sich insofern, als für die Anfangsgeschwindigkeit alle Richtungen gegen die Schichtgrenze gleich wahrscheinlich sind, so daß es möglich ist, daß der von den Elektronen in der Schicht zurückgelegte Weg länger ist als die Schichtdicke.

Als eine erste Abschätzung der Bahnverlängerung wurde deshalb der von einem Elektron zwischen zwei ebenen Elektroden im homogenen, raumladungsfreien Feld zurückgelegte Weg berechnet. Das Elektron startet, wie in Bild 6 dargestellt, von der einen Elektrode aus mit der Anfangsgeschwindigkeit $v_o = \sqrt{\frac{2e\,U_{em}}{m}}$ unter dem Winkel φ. Als Bahngleichung ergibt sich

$$y = -\frac{v_o^2 \sin\varphi\,\cos\varphi}{\frac{dv}{dt}} + \frac{v_o^4 \sin^2\varphi\,\cos^2\varphi}{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2} + \frac{2v_o^2\cos^2\varphi}{\frac{dv}{dt}}\,x \qquad (60)$$

wenn das Elektron vom elektrischen Feld die konstante Beschleunigung

$$\frac{dv}{dt} = \frac{e}{m}\,\frac{U}{\delta} \qquad (61)$$

erfährt. Mit der Beziehung für die Bogenlänge

$$L = \int \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\,dx \qquad (62)$$

folgt für die Bahnlänge, bezogen auf den Elektrodenabstand als Funktion des Einschußwinkels φ und der Anfangsgeschwindigkeit,

$$\frac{L}{\delta} = \frac{U_{em}}{U}\left[\cos^2\varphi\left(\operatorname{Ar\,sin}\sqrt{\operatorname{tg}^2\varphi + \frac{U}{U_{em}\cos^2\varphi}} - \operatorname{Ar\,sin}\operatorname{tg}\varphi\right) + \sqrt{\sin^2\varphi + \frac{U}{U_{em}}} - \sin\varphi\right] \qquad (63)$$

Danach ist die relative Bahnlänge außer vom Einschußwinkel φ nur vom Verhältnis der Anfangsgeschwindigkeit U_{em} zur Elektrodenspannung abhängig. Die Gleichung (63) ist für die Parameter $U/U_{em} = 1; 10; 100$ als Funktion des Winkels φ dargestellt und grafisch integriert worden, so daß ein mittlerer Elektronenweg bestimmt werden konnte. Es ergaben sich die folgenden Werte:

U/U_{em}	L/δ
1	1,35
10	1,044
100	1,00

Bei Berücksichtigung der Maxwell'schen Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen im Plasma haben bei einer Elektronentemperatur von $U_e = 0{,}8$ V 90% aller Elektronen eine Geschwindigkeit, die kleiner oder gleich $3\,U_e$ ist. Damit ergeben sich unter Verhältnissen, wie sie in den unten beschriebenen Experimenten im Extremfall auftreten, Verlängerungen der Elektronenbahnen in der Schicht, die für den größten Teil der Elektronen 10% gegenüber der Schichtdicke nicht übersteigen.

Gegenüber den Gegebenheiten in der Raumladungsschicht handelt es sich hier allerdings um eine Abschätzung des Mindestwertes. Die Raumladung führt dazu, daß die Feldstärke an der Grenze Plasma - Schicht reduziert, vor der Elektrode aber erhöht wird. Infolgedessen durchläuft ein flach eingeschossenes Elektron gegenüber dem hier berechneten Fall zunächst einen weiteren Bogen, um dann aber steiler in Richtung auf die Elektrode zu beschleunigt zu werden, wie in Bild 6 qualitativ angedeutet. Dieser Effekt ist aber hinsichtlich der Ionisationen in der Schicht nur wenig wirksam, ebenso wie die oben angegebenen Bahnlängen nicht voll wirksam werden. Es ist nämlich auch hier zu berücksichtigen, daß die Elektronen im

ersten, stark gekrümmten Teil der Bahn überhaupt nicht ionisieren können. Haben sie die Ionisierungsenergie erst einmal aufgenommen, dann legen sie den übrigen Weg praktisch senkrecht zur Elektrode zurück.

Eine entsprechende Abschätzung für eine kreiszylindrische Elektrode stößt auf erhebliche Schwierigkeiten. Eine qualitative Betrachtung läßt sich im Anschluß an eine Arbeit von MEDICUS[12] machen. Danach ergibt sich, daß Elektronen, deren Anfangsgeschwindigkeit einen kritischen Wert U_K nicht übersteigt, auch bei streifendem Einfall nicht mehr durch die Schicht laufen können, ohne die Sonde zu treffen. Für diese kritische Geschwindigkeit ergibt sich nach MEDICUS:

$$U_K = U_E \left[\left(\frac{r_s + \delta}{r_s} \right)^2 - 1 \right]^{-1} \qquad (64)$$

Die Elektronen laufen um so steiler in die Sonde ein, je kleiner die Anfangsgeschwindigkeit U_{em} gegenüber dem kritischen Wert U_K ist. Da bei Erreichen der Stationaritätsgrenze das Sondenpotential mindestens gleich dem Ionisierungspotential des Gases ist und die Schichtdicke dann, wie sich unten zeigt, auch im Extremfall nur wenig kleiner als der Sondenradius ist, gilt in Quecksilberentladung $U_K = 3{,}5$ V. Dagegen bleibt die Elektronentemperatur allgemein unter 1 V. Unter diesen Voraussetzungen muß für die Kugelsonde die für die ebene Schicht gegebene Abschätzung in etwa ebenso gelten.

Nach einem Hinweis bei BOHM[4] ergibt sich an einer zylindrischen Elektrode ebenfalls die Gleichung (64) für die kritische Geschwindigkeit. Somit erscheint es vernünftig, auch hier mit dem kürzesten Elektronenweg in der Schicht zu rechnen.

Bei Bestimmung der Integrationskonstanten in Gleichung (17) und (25) ist die Plasmarandfeldstärke E_w näherungsweise gleich Null gesetzt worden. Es ist daher noch zu prüfen, ob

ein von Null verschiedener Wert, wie er tatsächlich vorhanden ist, einen merklichen Einfluß auf die Stationaritätsgrenze der Raumladungsschicht bzw. der Gasdichtebeziehung hat.

Es wird dazu noch einmal die Integrationskonstante der Gleichung (25) unter der Voraussetzung $E_w \neq 0$ bestimmt. Es gilt dann

$$K = E_w^2 - \frac{2\,j_e}{\varepsilon_o}\left(2\sqrt{\frac{m}{2e}}\,U_{em}^{1/2} + \frac{I}{C_2 j_{es}^{1/4} p^{-1/2}}\,\frac{8}{7}\,U_E^{7/8}\right) \tag{65}$$

so daß schließlich entsprechend der Gleichung (34) folgt

$$p = \left\{^{-2/3} j_e^{1/2}\left[\frac{(U_{EGr}+U_{em})^{1/2} - U_{em}^{1/2} - \frac{\varepsilon_o}{2 j_e}\sqrt{\frac{2e}{m}}\,E_w^2}{U_{EGr}^{3/8}\left(\frac{4}{7}U_{EGr}^{7/4} - \frac{4}{3}U_{EGr}^{3/4}(U_i - U_{em}) + \frac{16}{21}(U_i - U_{em})^{7/4}\right)}\right]^{2/3}\right. \tag{66}$$

Wie der Gleichung (66) zu entnehmen ist, ergibt eine endliche Randfeldstärke eine Reduktion der nach (66) bestimmten Neutralgasdichte gegenüber dem Fall $E_w = 0$ dadurch, daß $(U_{EGr} + U_{em})^{1/2} - U_e^{1/2}$ um den Wert $\frac{\varepsilon_o}{2\,j_e}\sqrt{\frac{2e}{m}}\,E_w^2$ zu reduzieren ist. Im Plasma können allerdings auf Grund der guten Leitfähigkeit keine großen Feldstärken bestehen. Um eine Abschätzung zu gewinnen, wird als der an der Elektronenraumladungsschicht größtmögliche Wert die Längsfeldstärke in einer ungestörten Niederdrucksäule bei den Bedingungen der unten beschriebenen Experimente eingesetzt. Es folgt dann mit $j_e = 10^2\,[A \cdot m^{-2}]$ und $E_w = 100\,[Vm^{-1}]$

$$\frac{\varepsilon_o}{2\,j_e}\sqrt{\frac{2e}{m}}\,E_w^2 = 2{,}4 \cdot 10^{-4}\ \left[V^{1/2}\right] \tag{67}$$

Da U_{EGr} mindestens gleich dem Ionisierungspotential des Entladungsgases ist und die Elektronentemperatur diesen Wert sicher nicht erreicht, ist der Ausdruck $(U_{EGr} + U_{em})^{1/2} - U_{em}^{1/2}$ stets in der Größenordnung von 1 $[V^{1/2}]$. Dadurch wird deut-

lich, daß die Plasmarandfeldstärke ohne merklichen Einfluß auf die Stationarität der Schicht ist,bzw., daß es durchaus berechtigt ist, hier $E_w = 0$ zu setzen.

3. Experimentelle Prüfung der theoretischen Ergebnisse

3.1. Grundsätzliche Bemerkungen zur Meßmethode

Für die experimentelle Prüfung wird folgender Weg beschritten:

Mit der Langmuir-Sonde werden die Plasmadaten,Elektronentemperatur U_e, Elektronensättigungsstromdichte j_{es} und Grenzpotential U_{EGr} gemessen und mit den Konstanten des Entladungsgases in Gleichung (34) bzw. (35) eingesetzt, so daß daraus die Neutralgasdichte errechnet werden kann.

Unabhängig davon wird der Neutralgasdruck mit einem Membranmanometer direkt gemessen. Aus dem Vergleich dieser Druckmessung mit der Rechnung ist auf die Richtigkeit einer der theoretischen Gasdichtebeziehungen zu schließen. Bei Übereinstimmung der Ergebnisse aus Rechnung und direkter Messung ist außer der Richtigkeit der Gasdichtebeziehung, Gleichung (34) oder Gleichung (35), die Gültigkeit der Grenzbedingung für den stationären Ansatz der Raumladungsgleichung und die

Richtigkeit der Behauptung experimentell erwiesen, daß Zündpotential der Sondenkennlinie und Grenzpotential identisch sind. Die Experimente umfassen demnach Messungen des Neutralgasdruckes und Bestimmungen von Plasmadaten mit Hilfe der Langmuir-Sonde. Die dazu notwendigen Sondenkennlinien werden einmal statisch durch Anlegen einer Gleichspannung und Messung des zugehörigen Stromes aufgenommen, zum anderen wird auch ein dynamisches Verfahren angewandt. Dabei erhält die Sonde eine Wechselspannung, und die vollständige Kennlinie wird auf dem Schirm eines Kathodenstrahlrohres dargestellt.

Die Auswertung einer statisch gemessenen Sondenkennlinie ist allgemein bekannt und braucht demnach hier nicht erläutert zu werden. Die eingangs dargestellten neuen Vorstellungen über die Geschwindigkeit der Ionen an der Grenze zwischen Plasma und Raumladungsschicht erlauben aber einige Vereinfachungen, vor allem bei der Bestimmung der Elektronentemperatur.

Für den Elektronenstrom, der auf die Schichtgrenze trifft, gilt bekanntermaßen:

$$I_e = j_{es} F_{Sch} = \frac{1}{4} e\, n_{ew} \sqrt{\frac{8e\, U_e}{\pi\, m}}\; F_{Sch} \tag{68}$$

Die Fläche F_{Sch} ist beim Plasmapotential gleich der geometrischen Sondenfläche F_s, so daß dort gilt:

$$j_{es} = \frac{I_{es}}{F_s} = \frac{1}{4} e\, n_{ew} \sqrt{\frac{8e\, U_e}{\pi\, m}} \tag{69}$$

Aus den Untersuchungen der Ionenraumladungsschicht [6] ergibt sich, daß die Ionen durch die ambipolare Diffusion im Plasma eine solche Vorbeschleunigung in Richtung auf die Schicht erhalten, daß sie mit einer Anfangsgeschwindigkeit entsprechend Gleichung (1) dort erscheinen. Demnach ist für die Ionensättigungsstromdichte zu schreiben

$$j_{is} = \frac{I_{is}}{F_s} = e\, n_{ew} \sqrt{\frac{2e\, U_o}{M}} \tag{70}$$

und mit Gleichung (1)

$$j_{is} = e\, n_{ew} \sqrt{\frac{e\, U_e}{M}} \tag{71}$$

Dabei ist vorausgesetzt, daß die Dichte von Ionen und Elektronen im Plasma gleich groß ist.

Für die Elektronenstromdichte im Anlaufgebiet des Sondenpotentials ist (69) durch die Verteilungsfunktion der thermischen Elektronengeschwindigkeit zu ergänzen, so daß dort gilt

$$j_e = \frac{1}{4}\, e\, n_{ew} \sqrt{\frac{8e\, U_e}{\pi\, m}}\; e^{-\frac{U_{Pl} - U}{U_e}} \tag{72}$$

Das Verschwinden des Sondenstromes beim Floatingpotential wird durch die Gleichheit des Ionen- und Elektroneneinstromes hervorgerufen, so daß für $U = U_{Fl}$ gilt:

$$j_e = \frac{1}{4}\, e\, n_{ew} \sqrt{\frac{8e\, U_e}{\pi\, m}}\; e^{-\frac{U_{Pl} - U_{Fl}}{U_e}} = j_{is} = e\, n_{ew} \sqrt{\frac{e\, U_e}{M}} \tag{73}$$

Aus der Gleichung (73) folgt, daß die Elektronentemperatur U_e mit Floating- und Plasmapotential durch einen Faktor verknüpft ist, der eine Konstante des Entladungsgases ist:

$$\frac{U_{Pl} - U_{Fl}}{U_e} = \ln \sqrt{\frac{M}{2\pi\, m}} = \text{const} \tag{74}$$

Ebenso zeigt sich, daß die Elektronen- und die Ionenstromdichte am Plasmarand in einem von den Plasmadaten unabhängigen Verhältnis stehen müssen, das ebenfalls eine Konstante des Entladungsgases ist, denn durch Division der Gleichungen (69) und (71) folgt:

$$\frac{j_{es}}{j_{is}} = \sqrt{\frac{M}{2\pi\, m}} \tag{75}$$

Die Richtigkeit der Beziehungen (74) und (75) ist experimentell untersucht und bestätigt worden[14)+)], so daß sie im folgenden vorausgesetzt und für die Auswertung von Sondenkennlinien verwendet werden.

Die Gleichung (74) ermöglicht eine erhebliche Vereinfachung bei der Bestimmung der Elektronentemperatur, denn Plasma- und Floatingpotential sind auch einer Kennlinie in linearer Darstellung zu entnehmen, wie sie auf dem Bildschirm eines Kennlinienschreibers erscheint.

In Bild 7 ist eine mit einem Kennlinienschreiber aufgenommene Sondencharakteristik dargestellt. Wie Gleichung (75) zeigt, ist das Verhältnis zwischen Elektronen- und Ionenstrom um so größer, je größer die Masse der Ionen ist, und zwar gilt für eine Quecksilberdampfentladung

$$\frac{j_{es}}{j_{is}} = 242$$

Infolgedessen ist auf dem Bild 7 der Ionensättigungsstrom neben dem Elektronenstrom nicht zu erkennen. Bei der Bestimmung des Floating-Potentials ist man bei dieser Aufnahme darauf angewiesen, den Punkt festzulegen, bei dem die Kennlinie von der Nullinie abweicht. Das Plasmapotential wird definiert durch den Schnittpunkt der Tangenten an den steilsten Teil des Elektronenanlaufgebietes und den ersten, nahezu geradlinigen Teil des Sättigungsastes. Ist dadurch die Differenz zwischen Plasma- und Floatingpotential festgelegt, kann aus Gleichung (74) die Elektronentemperatur errechnet werden. Dieses Ergebnis hat dazu geführt, daß die Prüfung der Stationaritätsbedingung in Quecksilberdampfentladung zum Teil nach der dynamischen Methode mit einem Kennlinienschreiber und gepulster Sondenspannung ausgeführt wurde, nachdem in einem unten beschriebenen Vorversuch noch geprüft

+) Diese Beziehungen werden mit knapper Ableitung auch von ARDENNE [13] angegeben; es findet sich dort aber kein Hinweis auf eine experimentelle Prüfung

worden ist, ob dieses Verfahren genügend genaue Daten liefert.

Da sämtliche theoretischen Überlegungen von dem Vorhandensein einer ebenen Schicht ausgehen, wäre es vernünftig zu versuchen, diese Voraussetzung auch experimentell zu verifizieren. Dabei stößt man sehr schnell auf eine grundsätzliche Schwierigkeit.

Eine ebene Sonde muß irgendwie von einer Isolation umgeben sein, deren dem Plasma zugewandte Oberfläche sich auf Floatingpotential einstellt. Damit ist die Isolation aber von einer Ionenraumladungsschicht umgeben, während mit der Sonde eine Elektronenraumladungsschicht untersucht wird. Zwischen Sonde und Isolation geht die Schichtdicke also sicher durch Null, so daß dort immer eine starke Krümmung der Schichtgrenze vorhanden ist. Durch diese Krümmung werden dann erheblich längere Wege der Elektronen in der Schicht möglich als der Schichtdicke entspricht. Dadurch werden mehr Ionenpaare erzeugt und die Stationaritätsgrenze wird schon bei einem kleineren Potential erreicht als erwartet. Diese Überlegung konnte qualitativ durch Beobachtung einer ebenen Wandsonde ohne Schutzring bestätigt werden. Man erkennt deutlich, daß die Entladung am Übergang Sonde - Isolation zündet.

Wird die ebene Sonde mit einem Schutzring versehen, wobei dieser dasselbe Potential erhält wie die Sonde selbst, so werden die Probleme nur an dessen Isolation verlagert. Es ist dann sehr schwer zu verhindern, daß die Raumladungsschicht des Schutzringes in den instationären Bereich kommt und dadurch die Verhältnisse an der Sonde selbst verfälscht.

Eine Zylindersonde zeigt die geringsten Schwierigkeiten. Wohl tritt auch hier der Übergang zur Isolation auf, doch wird dieser Bereich bei der verwendeten und unten im Abschnitt 3.2.1. beschriebenen Konstruktion von der Isolation derart abgeschirmt, daß nur wenige Elektronen in der Schicht lange Wege zurücklegen.

3.2. Messungen in Quecksilberdampfentladung

3.2.1. Aufbau der Meßapparatur

Aus den verschiedensten Gründen ist Quecksilberdampf als Entladungsträger am häufigsten eingesetzt worden und daher auch am besten untersucht. Der erste Teil der Messungen wurde daher ebenfalls in einer Quecksilberdampfentladung ausgeführt.

Ein Schema der dazu verwendeten Apparatur ist in Bild 8 dargestellt. Das Entladungsgefäß 1 ist zur gleichmäßigen Temperierung als doppelwandiges Stahlgefäß ausgeführt und ist in Einzelheiten in Bild 9 gezeigt. Anode 2 und Glühkathode 3 sind isoliert eingeführt und an das stabilisierte Netzgerät 4 angeschlossen. Die Kathode kann mit Gleich- oder Wechselstrom geheizt werden. Das Gefäß enthält einen Vorrat an flüssigem Quecksilber 5. Die Vakuumapparatur, bestehend aus Kühlfalle 6, Ventil 7, Quecksilberdiffusionspumpe 8 und Vorvakuumpumpe 9, enthält keine Besonderheiten. Der Restgasdruck im Gefäß ist mit einem Ionisationsmanometer IM oder einem Kompressionsmanometer nach McLEOD 10 meßbar. Die Kühlfalle 6 hatte die Aufgabe, einmal die Diffusion des Gefäßquecksilbers in die Vakuumpumpe zu verhindern und zum anderen eine eventuelle Oelrückdiffusion aus der Vorvakuumpumpe 9 vom Gefäß 1 fernzuhalten.

Ein Membranmanometer der Firma Atlas, Bremen, bestehend aus Meßkondensator 11, Netzgerät 12 und einer besonderen Hochvakuumapparatur, wurde zur Messung des Quecksilberdampfdruckes eingesetzt. Der Kondensator besteht aus zwei Vakuumkammern, die durch eine Edelstahlmembran 15 voneinander getrennt sind. Während die Meßkammer an das Gefäß angeschlossen ist, ist die Vergleichskammer über das Ventil 13 mit der zweiten Vakuumapparatur 16 verbunden. Eine Umwegleitung mit Ventil 14

ermöglicht den Druckausgleich zwischen beiden Kondensatorkammern, damit die Nullstellung der Membran festgestellt werden kann. Mit einem Ionisationsmanometer wird überwacht, daß während der Messung der Vergleichsdruck wesentlich kleiner ist als der Gefäßdruck. Das Gefäß 1 enthält mehrere Flansche, an die Sonden 17 (z.T. radial beweglich) und auch andere Meßgeräte angeschlossen werden können. Der Wassermantel des Gefäßes ist in einen Wasserkreislauf eingeschlossen, der mit Hilfe einer elektrischen Heizung, die von einem Kontaktthermometer gesteuert wird, temperaturstabilisiert und in einem Bereich zwischen 30° und 95°C einstellbar ist. Eine Heißwasserpumpe hält das Wasser ständig in Umlauf.

Der vereinfachten Konstruktionszeichnung in Bild 9 können die wesentlichen Abmessungen des Entladungsgefäßes entnommen werden. In dieser Darstellung ist zu erkennen, daß versucht worden ist, durch mehrere Abschirmungen die Einstrahlung der mit ca. 700°C glühenden Oxydkathode sowohl in den Entladungsraum als auch in den Quecksilberteich zu verhindern. Der Aufbau einer im Vakuum beweglichen Sonde ist in diesem Bild ebenfalls dargestellt. Die aus einem Wolframdraht mit einem Quarzglasrohr als Isolierung hergestellte Sonde läuft durch eine Führungsbuchse in einen plasmafreien Glasdom. In diesem Raum endet die Sondenisolierung, während der Wolframdraht in einer Kupferspirale fortgesetzt wird, die ihrerseits an eine Metall-Glas-Verschmelzung angeschlossen ist. Ein auf dem Quarzglasrohr befestigter Eisenbolzen gestattet, die Sonde von außen mit Hilfe eines Magneten zu bewegen.

Der aktive Teil der Zylindersonde ist in Bild 9 im Detail dargestellt. Der Wolframdraht wird durch eine Nickelbuchse zentrisch geführt. Dadurch wird ein eventueller Metallbelag auf der Isolation für die Meßergebnisse unwirksam. Die Verschmelzung zwischen Draht und Quarzglas, wenige Zentimeter von der aktiven Sonde entfernt, verhindert bei Wärmedehnung des Wolframdrahtes eine merkliche Veränderung der

Sondenmaße. Eine ebene Schutzringsonde ist in Bild 9 dargestellt. Ein Quarzglasrohr von 1 mm Außendurchmesser trägt sowohl die Sonde als auch den Schutzring. Die auf dieses Rohr gewendelte Kupferzuleitung für den Schutzring führte zugleich die äußere Quarzisolation, die ihrerseits die Abschirmung des Schutzringes trug. Die Teile waren mit einem aus Wasserglas und Quarzmehl bestehenden Kitt temperaturbeständig miteinander verbunden.

Die Meßkreise für die Sonden sind sehr einfach aufgebaut, wie dem Bild 10 zu entnehmen ist. Für die statische Messung der Sondenkennlinie diente ein Netzgerät als Spannungsquelle, dessen Ausgangsspannung an einem Potentiometer nach Bedarf abgegriffen und über ein Gleichstrominstrument der Sonde zugeführt wurde. Der Spannungsmesser zeigt einen um den Spannungsabfall am Strommesser falschen Wert an. Dieser Fehler wurde bei der Auswertung korrigiert.

Da die Entladung mit konstantem Gleichstrom betrieben wurde, konnte für die dynamische Messung eine Wechselspannung von 50 Hz verwendet werden, die an einem Stelltransformator eingestellt und von einem zweiten Transformator aus direkt an die Sonde gelegt wurde. In die Kathodenleitung war ein Meßwiderstand eingeschaltet, so daß der Spannungsabfall an diesem Widerstand als Maß für den Sondenstrom an den geeichten Verstärker eines Kathodenstrahl-Kennlinienschreibers gelegt werden konnte. Entsprechend lag die Spannung zwischen Sonde und Kathode am anderen Eingang des Schreibers, so daß auf dem Bildschirm ein stehendes Bild der Kennlinie erschien. Dazu mußte die Glühkathode der Entladungsstrecke aber mit Gleichstrom geheizt werden, da sonst der Spannungsabfall auf dem Heizband der Kathode (2,5 V) das Plasmapotential pulsieren ließ, so daß die Kennlinie verzerrt wurde.

3.2.2. Die Quecksilberdampfdichte im Entladungsgefäß

Nach vorstehenden Darlegungen ist deutlich geworden, daß für die experimentelle Prüfung der Stationaritätsbedingung entscheidend ist, mit welcher Sicherheit die Neutralgasdichte in der Gasentladung bestimmt werden kann.

Es bestand für die Messung in Quecksilberdampfentladung daher zunächst die Absicht, ein Entladungsgefäß derart zu konstruieren, daß die Gasdichte darin als Sattdampfdichte definiert und damit durch die Wandtemperatur bestimmt ist. Die anschließenden Messungen in Edelgasen wurden mit dem Membranmanometer durchgeführt, so daß zur Erzielung vergleichbarer Werte auch der Quecksilberdampfdruck mit diesem Gerät gemessen werden mußte.

In einem Entladungsgefäß mit Vorrat an flüssigem Quecksilber stellt sich die Dampfdichte auf Grund des Gleichgewichtes zwischen verdampfender und kondensierender Quecksilbermenge ein. Die Dampfdichte erreicht leicht Werte über Sattdampfdichte, wenn entweder zusätzlich Quecksilberdampf erzeugt wird oder die Kondensation behindert wird. Derartige Überlegungen sind von ANWANDER[15)] mathematisch formuliert worden. Aus den in der zitierten Arbeit angegebenen Gleichungen mit den Daten von RISCH[16)] für den Kondensationskoeffizienten, der das Verhältnis der Anzahlen von kondensierten zu insgesamt auf eine Wand auftreffenden Quecksilberatomen angibt, wurde die in dem Entladungsgefäß nach Bild 9 zu erwartende Dampfdichte errechnet. Dabei ist der Wert des Kondensationskoeffizienten nur mit geringer Sicherheit einzusetzen, da er vom Zustand des Gefäßes abhängig ist und auch nicht örtlich konstant zu sein braucht. In diese Rechnung geht im übrigen entscheidend ein, daß das Gefäß eine Oxydkathode hat statt der in Quecksilberent-

ladungsgefäßen oft üblichen Quecksilberteichkathode. Dem flüssigen Quecksilber wird daher aus der Entladung keine Energie zugeführt, so daß es gleichfalls die Temperatur des Gefäßwassermantels annimmt.

Eine derartige Rechnung zeigt, daß durch den Kondensationskoeffizienten bei einer Gefäßwandtemperatur von 50°C mit einer unbedeutenden Gasdichteanhebung von nur einigen Promille zu rechnen ist (unter sonst gleichen Verhältnissen, aber einem Kathodenstrom von 20 A über einen Quecksilberteich als Kathode, ergibt sich aber eine Anhebung um ca. 17%).

Der Gasdichteanhebung durch unterschiedliche Kondensationsbedingungen steht eine eventuelle Gasdichtereduzierung gegenüber, die durch eine Erwärmung des Neutralgases in der Entladung verursacht wird.

Über die Erwärmung des Neutralgases in einer Niederdruckentladung liegen mehrere Veröffentlichungen vor. Wird die Erwärmung aus den Gesamtverlusten der Säule errechnet, so ergeben sich so hohe Gastemperaturen, daß in der Entladung schon thermische Ionisationen auftreten müßten. Eine wesentlich geringere Erwärmung des Neutralgases folgt, wenn vorausgesetzt wird, daß nur die elastischen Stöße zwischen Elektronen und Gasatomen zur Erwärmung beitragen.

Für eine zylindrische Entladungssäule findet WASSERRAB[17] unter dieser Voraussetzung folgenden radialen Temperaturverlauf:

$$T(r) = \left[T^2(R) + \frac{2}{\Lambda} \frac{Q(0)}{5{,}8} R^2 I_0 \left(2{,}4 \frac{r}{R}\right) \right]^{1/2} \qquad (76)$$

Daraus ergibt sich für die Temperatur auf der Achse der Entladung

$$T(0) = \left[T^2(R) + \frac{\eta p j_{es} R^2}{T(0)} \right]^{1/2} \qquad (77)$$

mit

$$\eta = 8{,}93 \cdot 10^{6} \left[A^{-1} m^{2} Torr^{-1} Grad^{3}\right] \text{ für eine Hg-} \qquad (77a)$$

Entladung

Dabei ist außerdem angenommen, daß die Gasdichte über den Querschnitt der Entladung konstant ist und die radiale Trägerverteilung einer Besselfunktion Null'ter Ordnung folgt.

Die Gleichung (77) ist mit den Abmessungen des Entladungsgefäßes für verschiedene Werte des Parameters p grafisch gelöst worden, so daß in Bild 11 die Gastemperatur auf der Achse der Entladung als Funktion der Elektronensättigungsstromdichte dargestellt werden konnte.

Der Energieverlust, den das einzelne Elektron beim Stoß mit einem Quecksilberatom erleidet, ist sehr gering, so daß allein die große Zahl der Stöße zu einer merklichen Erwärmung des Gases führt. Dementsprechend steigen die Verluste mit der Gasdichte und der Trägerdichte im Plasma, ausgedrückt durch j_{e_s}, steil an, wie Bild 11 auch zeigt.

Dieses Bild macht deutlich, daß nach Rechnung eine mit der Trägerdichte steigende Erwärmung des Neutralgases vorhanden sein müßte, die bei hoher Gefäßtemperatur ($87^{\circ}C$) und einer Elektronensättigungsstromdichte von $2 \cdot 10^{4} \left[Am^{-2}\right]$ zu einer Gastemperatur von $640^{\circ}K$ auf der Achse der Entladung führt. Damit ergibt sich eine Gasdichtereduzierung auf der Entladungsachse um den Faktor 1,78 gegenüber der Wand. Es wird sich weiter unten zeigen, daß die Meßergebnisse eine solche Gaserwärmung nicht erkennen lassen.

Das Membranmanometer, mit dem die Quecksilberdampfdichte im Gefäß gemessen wurde, ist mit der Apparatur zusammen bereits kurz beschrieben worden. Es sind damit Druckmessungen im Bereich zwischen $1 \cdot 10^{-4}$ und $2 \cdot 10^{-1}$ Torr mit einem relativen Fehler von ca. 2% auszuführen. Es wird unabhängig von der Gasart der Gesamtdruck dadurch gemessen, daß die Aus-

lenkung einer Membran zwischen der Meßkammer und der auf Hochvakuum evakuierten Vergleichskammer durch ein einstellbares elektrisches Feld kompensiert wird. Die Nullstellung der Membran wird durch eine Kapazitätsmessung festgestellt. Der Meßkondensator wird im allgemeinen auf $T = 55^{\circ}C$ temperaturstabilisiert. Für die Messungen in Quecksilberdampf wurde aber ein Thermostat mit $150^{\circ}C$ Gleichgewichtstemperatur eingesetzt, so daß Quecksilberkondensation im Meßkondensator verhindert wurde.

Der Meßkondensator wurde mit dem Entladungsgefäß durch eine möglichst kurze Vakuumleitung verbunden, ebenso die Vergleichskammer mit der Hochvakuumapparatur. Bei den Messungen mußte peinlich darauf geachtet werden, daß diese Leitungen, einschließlich der Umwegleitung, die Meß- und Vergleichskammer miteinander verbindet, mit allen Einzelteilen auf einer Temperatur oberhalb Gefäßtemperatur gehalten werden. Anderenfalls trat eine gerichtete Dampfströmung auf, so daß durch den Strömungswiderstand der Leitungen entweder die Nullpunkteinstellung, die vor jeder Messung bei geschlossenem Ventil 13 (in Bild 8) und geöffnetem Ventil 14 kontrolliert wurde, oder das Meßergebnis direkt verfälscht wurde. Da das Gerät nur die Spannung mißt, die erforderlich ist, um die Membran in die Ausgangsposition zurückzustellen, ist eine Eichung erforderlich, aus der die Konstante Π der Gleichung

$$p_{Mem} = \Pi U_{Mem}^{2} \qquad (78)$$

ermittelt wird. Dazu wurde das Entladungsgefäß auf Raumtemperatur gehalten, in die Apparatur Helium eingelassen und gleichzeitig mit einem Manometer nach McLEOD p, sowie mit dem Membranmanometer durch Evakuieren der Vergleichskammer auf einen Druck $p < 10^{-5}$ Torr die Spannung U_{Mem} in Skalenteilen eines Präzisionspotentiometers gemessen. Es ergab sich keine über den Meßfehler hinausgehende Abweichung von dem vom Hersteller des Gerätes angegebenen Wert

$$\Pi = 1{,}78 \cdot 10^{-7} \quad [\text{Torr Skt}^{-2}]$$

Anschließend erfolgte dann die Messung des Quecksilberdampfdruckes. Dazu wurde das Entladungsgefäß auf die erforderliche Temperatur gebracht, die Entladung in Betrieb genommen und nach Evakuierung der Vergleichskammer des Meßkondensators der Dampfdruck entsprechend Gleichung (78) bei verschiedenen Entladungsstromstärken gemessen.

Hier muß darauf hingewiesen werden, daß mit diesem Verfahren tatsächlich der Druck als mechanische Kraft auf eine Membran gemessen wird, während für die Betrachtung der Raumladungsschicht der Druck als Maß für die Gasdichte eingeführt wurde. Demnach ist eine Gasdichtereduzierung auf Grund der Gastemperatur zu berücksichtigen. Die in Bild 12 ($p_{Mem} = f\ (p_{Hg})$) eingetragenen Meßwerte sind auf die Gefäßwandtemperatur als Gastemperatur bezogen worden.

Die Ergebnisse dieser Messungen lassen sich wie folgt zusammenfassen:

a) Die mit dem Membranmanometer bestimmte Gasdichte entspricht im Bereich zwischen 60° und 80°C Gefäßwandtemperatur dem Quecksilberdampfdruck, von 60°C abwärts ergibt sich eine zunehmende Anhebung des Dampfdruckes über die Sattdampfverhältnisse hinaus.

b) Es ist kein systematischer Einfluß der Entladungsstromstärke auf das Ergebnis der Dampfdruckmessung festzustellen.

Eine Deutung für die Anhebung der Gasdichte unterhalb 60°C Gefäßtemperatur ergibt sich aus der Unsicherheit bei der Angabe des weiter oben genannten Kondensationskoeffizienten. Eine örtliche Behinderung der Kondensation ergibt eine um so größere Anhebung der Dampfdichte, je niedriger die Gefäßtemperatur ist.

3.2.3. Qualitative Beobachtung der Sonde und vorbereitende Messungen

Bei Beobachtung einer Sonde im dichten Plasma bei einem Druck von einigen 10^{-2}Torr und Sondenpotentialen im Bereich der Elektronensättigung ist keine Veränderung des Plasmas in der Umgebung der Sonde zu beobachten, bis das Grenzpotential der stationären Raumladungsschicht erreicht ist. Wird diese Grenze überschritten, so ist die Sonde von einem helleuchtenden Plasmaball umgeben, denn die Sonde hat nunmehr Anodenfunktionen übernommen, und zwar bei einer sehr hohen Stromdichte.

Bei geringer Trägerdichte und niedriger Gasdichte läßt sich das Wachstum der Schicht beobachten, wenn das Sondenpotential auf die Stationaritätsgrenze zu gesteigert wird. In Bild 13 ist eine Reihe von Aufnahmen gezeigt, die einen solchen Ablauf wiedergeben. Die Bilder lassen erkennen, daß bereits lange vor Erreichen der Stationaritätsgrenze die Raumladungsschicht durch einen hellen Saum markiert ist. Eine mögliche Erklärung für diese leuchtende Zone wären anregende Stöße der Elektronen in der Schicht. Auf den Bildern ist weiterhin zu erkennen, daß der Teil der Sonde, der unmittelbar an die Isolation anschließt, offensichtlich kaum an den Vorgängen beteiligt ist. Wenn der helle Saum ein Bild der Raumladungsschicht vermittelt, dann wird deutlich, daß die Sonde von einer Schicht nahezu konstanter Dicke umgeben ist. Im Winkel zwischen Sonde und Isolation fällt die Schichtdicke allmählich auf Null. Das letzte der Bilder 13 zeigt die Sonde nach Überschreiten der Stationaritätsgrenze.

Im Abschnitt 3.1 sind Überlegungen angestellt worden über die Möglichkeit,die Voraussetzung der ebenen Raumladungsschicht in der theoretischen Untersuchung experimentell zu verifizieren. Die Folgerung aus dieser Betrachtung, daß eine

ebene Schicht zur Untersuchung der Stationaritätsgrenze auch mit einer Schutzringsonde nur schwer zu erhalten ist, soll durch einen Vorversuch bestätigt werden.

Die für Messungen mit Schutzring notwendigen Forderungen der Potentialgleichheit von Schutzring und Sonde sind bei den vorliegenden Untersuchungen unbrauchbar, da wegen der Krümmung der Schicht am Sondenrand die Schicht am Schutzring bei einem kleineren Potential die Stationaritätsgrenze erreicht als die der Sonde selbst.

Deshalb sollte durch einen Vorwiderstand in der Zuleitung zum Schutzring dessen Potential gegenüber dem der Sonde gerade soweit reduziert werden, daß die Raumladungsschicht der Sonde ungestört untersucht werden konnte.

Die Sondenkennlinien Bild 14a und 14b zeigen deutlich, daß die Raumladungsschicht der Sonde in einem bestimmten Spannungsbereich eben ist, was sich in der Unabhängigkeit des Sondenstromes von der anliegenden Spannung ausdrückt. Bleibt der Schutzring auf Floatingpotential, so ist, wie zu erwarten, ein Bereich ebener Schicht nicht zu erkennen. Bei einem Vorwiderstand von 253 Ω ergibt sich ein kurzes Plateau im Sättigungsast, das sich aber erst einstellt, wenn die Wölbung der Schichtgrenze relativ zur Schichtdicke keine Rolle mehr spielt. Das Plateau dehnt sich mit kleiner werdendem Vorwiderstand in Richtung auf das Plasmapotential aus. Der Wert von 61 Ω ist aber für die Untersuchung der Stationaritätsgrenze bereits zu klein, denn es konnte festgestellt werden, daß die Raumladungsschicht des Schutzringes dann zuerst instationär wird, so daß dabei nicht mehr die Verhältnisse an der Sonde untersucht werden. Inwiefern der hier beobachtete Einfluß der Schichtgeometrie auch die Stationarität beeinflußt, wird untersucht, indem mit den aus den vier Kennlinien gewonnenen Plasmadaten nach Gleichung (34) der Neutralgasdruck errechnet wird. Diese Gleichung lautet für Hg speziell

$$p_m = 1{,}898 \cdot 10^{-2}\, j_{e_s}^{1/2} \left[\frac{(U_{EGr}+U_{em})^{1/2} - U_{em}^{1/2}}{U_{EGr}^{7/8}\left(\frac{4}{7}U_{EGr}^{7/4} - \frac{4}{3}U_{EGr}^{3/4}(U_i-U_{em}) + \frac{16}{27}(U_i-U_{em})^{7/4}\right)} \right]^{2/3} \quad (34a)$$

Dabei zeigt sich ganz deutlich, daß ein erheblicher Fehler auftritt, wenn die Schicht am Schutzring zuerst instationär wird, nämlich bei 61 Ω Vorwiderstand. Dagegen ergibt sich in allen übrigen Fällen eine Abweichung gegenüber dem Hg-Druck von maximal 10%, wie Tabelle 1 zu entnehmen ist.

Da der Vorwiderstand durch die Reduktion der Schutzringspannung gegenüber der Sonde wirkt, müßte sein optimaler Wert für jede Plasmadichte neu bestimmt werden. Da das Verfahren der Sondenmessungen dadurch kompliziert wird, ohne einen deutlichen Vorteil für die Gasdichtebestimmung aus Messungen mit einer Zylindersonde, wie sich unten zeigt, wurde die Schutzringsonde nicht eingesetzt.

Daß die Raumladungsschicht einer Zylindersonde in guter Näherung durch den ebenen Ansatz des Langmuir-Child'schen Gesetzes beschrieben werden kann, läßt sich im Anschluß an den Abschnitt 2.6.2. experimentell verifizieren. Dazu wird in die Gleichung (44) statt der Schichtdicke d das Potential U mit Hilfe der Gleichung (55) eingeführt. Für den Sondenstrom I_e folgt dann

$$I_e = I_{e_s} + 2\pi(2r_s + l_s)\left(\frac{4\varepsilon_0}{9}\sqrt{\frac{2e}{m}}\right)^{1/2} U^{3/4} j_{es}^{1/2} + 3\pi \frac{4\varepsilon_0}{9}\sqrt{\frac{2e}{m}}\, U^{3/2} \tag{79}$$

Zur Kontrolle ist der Sättigungsast einer Kennlinie genau ausgemessen und in Bild 15 dargestellt worden. Mit den Abmessungen der verwendeten Sonde, dem Elektronensättigungsstrom, bzw. der zugehörigen Stromdichte und den Konstanten folgt für diese spezielle Kennlinie

$$I_e = 29{,}5 + 2{,}66\, U^{3/4} + 2{,}2 \cdot 10^{-2}\, U^{3/2} \quad [\mathrm{mA}] \tag{79a}$$

Für einige Werte des Sondenpotentials wurde danach der Sondenstrom errechnet und in Bild 15 mit eingetragen.

Wie nach den Überlegungen in Abschnitt 2.6.2. zu erwarten, führt die Verwendung des ebenen Raumladungsgesetzes Gleichung (55) für Gleichung (79) dazu, daß die Schichtdicke der ungestörten Schicht zu groß berechnet wird bzw. es ergibt sich dadurch ein zu großer Sondenstrom. Sobald aber die Raumladungskompensation wirksam wird, fallen berechnete und gemessene Werte wieder gut zusammen.

Andererseits ist zu erkennen, wann die Störung in der Schicht durch Ionisationen einsetzt, wenn für den Sondenstrom ein Polynom der Form

$$I_e = a + b\, U^{3/4} + C\, U^{3/2} \qquad (80)$$

angesetzt und auf zwei Punkte im ersten Teil der sicher noch ungestörten Kennlinie normiert wird (die Konstante a ist eo ipso wieder gleich dem Sättigungsstrom). Für die gleiche Kennlinie ergibt sich dann

$$I_e = 29{,}5 + 1{,}09\, U^{3/4} + 0{,}133\, U^{3/2} \qquad (80a)$$

Auch Punkte nach dieser Gleichung sind in Bild 15 eingezeichnet. Hier zeigt sich ab etwa 41 V (Sondenpotential gegen Kathode), daß Gleichung (80a) gegenüber der Messung zu kleine Werte liefert.

Demnach beschreibt der ebene Ansatz des Raumladungsgesetzes die Elektronenraumladungsschicht einer zylindrischen Sonde unmittelbar vor dem Grenzpotential mindestens hinsichtlich der Schichtdicke besser als der zylindersymmetrische Ansatz, da die in der Schicht auftretenden Ionisationen durch Raumladungskompensation die Schichtdicke vergrößern, was in Bild 15 in dem Anstieg des Sondenstromes zum Ausdruck kommt.

Es wurde weiterhin untersucht, inwieweit es gelingt, genügend genau den Elektronensättigungsstrom und vor allem das

Plasmapotential aus der linearen Darstellung der dynamisch gemessenen Kennlinie zu entnehmen. Dazu wurden mehrere fotografisch festgehaltene Kennlinien nachträglich logarithmiert. Dieselbe Kennlinie wurde demnach sowohl aus der linearen Darstellung als auch nach dem herkömmlichen Verfahren ausgewertet. Es ergab sich, daß das Plasmapotential mit einer Genauigkeit von einigen zehntel Volt bestimmt werden kann, wenn der Schnittpunkt der Tangenten an den steilsten Teil des Anlaufastes und an den ersten, fast geradlinigen Teil des Elektronensättigungsastes der Kennlinie zur Definition dieses Potentials herangezogen wird.
Die größte Unsicherheit besteht bei der Bestimmung des Floatingpotentials, das für die Berechnung der Elektronentemperatur nach Gleichung (74) erforderlich ist. Elektronen- und Ionenast lassen sich bei dem großen Unterschied der Sättigungsströme in Hg-Entladung nicht gemeinsam linear darstellen. Wurde als Floatingpotential der Punkt festgelegt, bei dem die erste Abweichung der Kennlinie von der Nullachse zu erkennen ist, dann ergab sich Übereinstimmung zwischen der aus Gleichung (74) bestimmten Elektronentemperatur und dem aus der logarithmischen Kennlinie und Gleichung (81) errechneten Wert mit einem Fehler von max. 20%.

Darüber hinaus sollte festgestellt werden, inwiefern die Temperatur der Sonde selbst die Meßergebnisse beeinflußt. Es ist möglich, daß die Sonde die umgebende Gasschicht miterwärmt, dort die Gasdichte reduziert und damit gegenüber der unabhängigen Gasdichtemessung, die unbeeinflußt davon in einiger Entfernung erfolgt, das Meßergebnis verfälscht. Da die Sonde nach Überschreiten der Stationaritätsgrenze einen hohen Strom aufnehmen kann, sind auch sehr hohe Temperaturen der Sonde möglich.

Bei dynamischer Messung kann man die Sondentemperatur dadurch einstellen, daß Höhe und Dauer des Spannungspulses verstellt werden. Die dabei ermittelten Werte wurden in Tabelle 2 zusammengestellt.

Die Meßwerte zeigen einen stetigen Anstieg der Grenzspannung und dementsprechend den erwarteten Abfall in der Gasdichte bei Rechnung nach Gleichung (34a). Dennoch ergibt sich, daß auch sehr hohe Sondenspannungen und damit hohe Temperaturen der Sonde zu keinen größeren Gasdichtereduzierungen führen als ca. 15%. Derart hohe Sondentemperaturen werden bei Routinemessungen aber nur erreicht, wenn der Strom der nach Überschreiten der Stationaritätsgrenze brennenden Sondenentladung nicht ausreichend begrenzt wird.

3.2.4. Messungen mit der Zylindersonde

Die zur Prüfung der theoretischen Beziehungen erforderlichen Messungen wurden aus Gründen der Einfachheit nur mit Zylindersonden durchgeführt. Aus den Kennlinien wurden jeweils folgende Werte bestimmt:

a) Plasmapotential, Floatingpotential und Elektronentemperatur;

b) Elektronensättigungsstrom und Sondenstrom an der Stationaritätsgrenze;

c) Das Grenzpotential der stationären Raumladungsschicht.

Die Bilder 16 und 17 zeigen eine statisch ausgemessene Kennlinienschar,die bei konstanten Entladungsparametern und schrittweiser Bewegung der Sonde über den Querschnitt der Entladung aufgenommen wurde. Der Ionensättigungsast ist wie üblich im linearen Maßstab, der Elektronenanlauf- und Elektronensättigungsast der Kennlinie im halblogarithmischen Maßstab, dargestellt. Damit ist die Steilheit der Anlaufgeraden direkt ein Maß für die Elektronentemperatur, wenn eine Maxwell'sche Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen

vorausgesetzt wird. Es gilt:

$$U_e = \frac{U_2 - U_1}{\ln \frac{I_{e_1}}{I_{e_2}}} \qquad (81)$$

wenn U_1 und U_2 zwei Potentiale im Anlaufgebiet der Kennlinie und I_{e_1}, I_{e_2} die zugehörigen Elektronenströme (d.i. Sondenstrom vermindert um den gleichzeitig zur Sonde fliessenden Ionenstrom) sind.

Die unter a) bis c) aufgeführten Daten gestatten mit Hilfe der Gleichung (34a), den Neutralgasdruck zu errechnen. Dazu wird in die Gleichung die Elektronensättigungsstromdichte, die mittlere Elektronentemperatur U_{em} und das auf Plasmapotential bezogene Grenzpotential der stationären Schicht eingesetzt. Diese Rechnung ist für alle Kennlinien durchgeführt worden, die mit Zylindersonden in Quecksilberdampfentladung statisch wie auch dynamisch aufgenommen wurden. Alle wichtigen Einzelergebnisse der Messungen sind in Tabelle 3 zusammengestellt.

3.2.4.1. Messungen bei variabler Gasdichte

Durch Variation der Gefäßwandtemperatur wurde die Gasdichte im Entladungsgefäß schrittweise eingestellt. Dabei wurden im Bereich zwischen 30° und 95°C Sondenkennlinien durch statische Messung aufgenommen.

In einer grafischen Darstellung wurde die aus Gleichung (34a) ermittelte Gasdichte mit dem vom Membranmanometer angegebenen Wert verglichen. Dazu wurde in doppellogarithmischem Maßstab die errechnete Gasdichte p_m über der mit dem Membranmanometer bestimmten Gasdichte p_{Mem} aufgetragen. In Bild 18

sind die nach Gleichung (34a) errechneten Punkte jeweils zweimal verzeichnet, und zwar sowohl unkorrigiert als auch nach Multiplikation mit den Korrekturfaktoren κ und q.

Es ist daraus zu ersehen, daß die Gleichung (34) mit abnehmender Gasdichte zunehmend zu kleine Werte liefert. Auf Grund der bei der Ableitung gemachten Vereinfachungen war dieses Ergebnis zu erwarten. Da mit abnehmender Gasdichte die Schichtdicke an der Stationaritätsgrenze zunimmt, ist der ebene Ansatz für die Schicht der Zylindersonde immer weniger berechtigt. Weiterhin steigt das Grenzpotential mit fallender Gasdichte, so daß auch die lineare Gleichung für den Ionisierungsquerschnitt eine zunehmende Abweichung liefert. Beide Effekte sind in derselben Richtung auf die Gasdichtebeziehung (34) wirksam. Deshalb wurden in Abschnitt 2.6.1. und 2.6.2. bereits die Korrekturfaktoren abgeleitet, um diese Fehler zu verbessern. Aus dem Bild 18 wird deutlich, daß die Meßpunkte unterhalb $1 \cdot 10^{-2}$Torr durch die Korrektur bis auf max. 40% an den Sollwert herangebracht werden.

Für die Anwendung zur Gasdichtemessung mit der Sonde entnimmt man dem Bild aber, daß bis herab zu einem Druck von 10^{-2}Torr besser ohne Korrektur gearbeitet wird und daß nur für die dort scharf einsetzende Abweichung im niederen Druckbereich die Korrekturfaktoren angewendet werden. Es wird aus Bild 18 nämlich deutlich, daß die Korrekturfaktoren oberhalb 10^{-2}Torr maximal 40% zu große Werte für die Gasdichte liefern. Diese Diskrepanz dürfte exakt nur dadurch zu beseitigen sein, daß die Ableitungen von vornherein für den zylindersymmetrischen Fall durchgeführt werden.

Weiter ergibt sich aus der Erfahrung, daß die sehr umständliche Berechnung des Korrekturfaktors q umgangen werden kann, da mit genügender Genauigkeit gilt

$$q = \sqrt{\frac{F_{Gr}}{F}} \approx \sqrt{\frac{I_{eGr} + I_{es}}{2\, I_{es}}} \qquad (54a)$$

Entsprechend zur Gleichung (34) wurde eine zweite Gasdichtebeziehung (35) abgeleitet. Beide Gleichungen unterscheiden sich durch die Voraussetzung 8a bzw. 8b über die Bewegung der Ionen in der Schicht. Dieselben Meßdaten wie in Gleichung (35) (Freiflug der Ionen in der Schicht) eingesetzt, führen nach Multiplikation mit den Korrekturfaktoren q, Gleichung (54) und $\varkappa^{3/2}$, Gleichung (38), auf die in Bild 19 dargestellten Punkte, die demnach direkt vergleichbar sind mit den korrigierten Meßpunkten in Bild 18. Die Abweichungen der Ergebnisse in Bild 18 und 19 sind wiederum nur bei niederen Gasdichten deutlich ausgeprägt, dort, wo Umladungen der Ionen in der Schicht durch die rasch anwechsenden Schichtdicken einen merklichen Einfluß gewinnen.

Wie dieses Bild 19 zeigt, wird auch mit der Gleichung (35) aus den Plasmadaten die Gasdichte mindestens im Bereich von 10^{-2} bis 10^{-1}Torr richtig errechnet. Da die Abweichungen der so errechneten Gasdichte von den gemessenen Werten schon zwischen $1 \cdot 10^{-2}$ und $7 \cdot 10^{-3}$Torr auch nach Korrektur noch schnell zunehmen, wird im folgenden aber nur mit der Gleichung (34) gearbeitet.

In Bild 20 sind die Ergebnisse aller dynamischen Messungen über der Dampfdichte dargestellt, die unabhängig von den statischen Messungen in einer besonderen Meßreihe durchgeführt wurden. Auch hier ergibt sich grundsätzlich derselbe Verlauf der Meßkurve wie bei statischer Messung der Kennlinien. Unterhalb $p_{Mem} = 1 \cdot 10^{-2}$Torr ist vor allem die bereits diskutierte Abweichung der Meßpunkte von den Sollwerten zu beobachten. Im Unterschied zu der statischen Messung zeigt sich aber, daß alle durch dynamische Messung gewonnenen Ergebnisse nach Korrektur im Mittel um 35% über der Sollkurve liegen.

Eine Erklärung könnte die in Vorversuchen festgestellte Reduzierung der Dampfdichte an der Sonde geben, falls die Sonde Temperaturen um ca. 1000°C erreicht. Dann müßte der Fehler durch die Sondentemperatur aber bei statischer Messung

entstanden sein. Wird nämlich der Elektronensättigungsast langsam Schritt für Schritt ausgemessen, so wird der Sonde dabei zwangsläufig mehr Energie zugeführt als beim Pulsbetrieb. Gegen diese Überlegung spricht, daß sich bei statischer Messung mit verschiedenen Elektronensättigungsstromdichten keine Reduzierung der Gasdichte bei hohen Stromdichten bemerkbar macht und zum anderen, daß bei Beobachtung der Sonde vor Erreichen der Stationaritätsgrenze niemals eine Glühfarbe sichtbar wurde. Unter diesen Umständen wurde aber bei den Vorversuchen keine Gasdichtereduzierung festgestellt.

Eine andere Deutungsmöglichkeit ergibt sich aus folgender Überlegung:

Wird an die Sonde eine Wechselspannung von 50 Hz und etwa 50 V Amplitude gelegt, so tritt eine max. Spannungssteilheit von $\frac{dU}{dt} = 1{,}6 \cdot 10^4\ Vs^{-1}$ auf. Aus der Vorstellung, daß dadurch die Schichtdicke mit der Geschwindigkeit $\frac{d\sigma}{dt}$ wächst und die ursprünglich in diesem Raum vorhandenen Ladungsträger abgeführt werden müssen, wird plausibel, daß es einen dynamischen Anteil des Sondenstromes geben muß, wie KAMKE und ROSE[18] und auch DANDERS[6] für eine Ionenraumladungsschicht gezeigt haben. Dieser dynamische Anteil ist aber nicht mehr vorhanden, wenn die Steilheit der Sondenspannung absinkt, wie es wegen der Sinusform der angelegten Spannung bei Erreichen der Stationaritätsgrenze der Fall ist. Damit würde in die Gleichung (34) eine zu hohe Stromdichte eingesetzt werden.

Eine zahlenmäßige Abschätzung zeigt, daß der zu erwartende dynamische Sondenstrom den Fehler nicht voll erklären kann. Es wurde aber beobachtet, daß bei größerer Steilheit der angelegten sinusförmigen Sondenspannung der Fehler weiter wächst. Dadurch ist es naheliegend, trotz des zahlenmässigen Versagens obiger Deutung die gesuchte Erklärung in der Dynamik der Schicht zu sehen.

3.2.4.2. Messungen bei variabler Elektronenstromdichte

Neben dem Grenzpotential geht in Gleichung (34) die Elektronenstromdichte entscheidend ein. Es ist also zu zeigen, daß die Gleichung (34) die richtige Angabe der Gasdichte liefert, wenn die Elektronenstromdichte willkürlich geändert wird.

Um die Elektronensättigungsstromdichte der Sondenkennlinien einzustellen, wurde einmal die Entladungsstromstärke bei sonst konstanten Parametern variiert und zum anderen durch radiale Bewegung der Sonde über dem zylindrischen Entladungsquerschnitt verschiedene Stromdichten auf Grund der Trägerverteilung in einer kreiszylindrischen Entladungssäule eingestellt.

In den Bildern 21 und 22 ist eine Darstellung der Ergebnisse aus Messungen an verschiedenen Sondenorten für zwei Gefäßtemperaturen wiedergegeben. Um den Bereich der dabei durchlaufenen Stromdichtewerte deutlich zu machen, wurde über der Entfernung der Sonde von der Achse der Entladungssäule außer der Gasdichte auch die jeweilige Elektronensättigungsstromdichte aufgetragen. Die letztere Kurve gibt wegen der über den Entladungsquerschnitt etwa konstanten Elektronentemperatur ein Abbild der Trägerverteilung, die einer Besselfunktion nullter Ordnung folgen sollte.

Da während einer Meßreihe der Gasdruck im Entladungsraum konstant gehalten wurde, müßten auch die Ergebnisse der Sondenmessungen mit Gleichung (34) zu einem konstanten Wert der Gasdichte führen. Dabei wird dann allerdings vorausgesetzt, daß in der Entladung keine ausgeprägte Temperaturverteilung vorhanden ist, wie sie nach der in Gleichung (76) zitierten Beziehung u.U. zu erwarten wäre. Eine solche Temperaturverteilung müßte zu einer, gegenüber dem eingestellten Wert re-

duzierten Gasdichte auf der Achse der Entladung führen, die zur Wand hin wieder auf einen durch die Wandtemperatur bestimmten Wert steigt.

Aus den Bildern 21 und 22 ist ein solches Verhalten nicht zu erkennen. Man findet vielmehr eine Abnahme der mit der Sonde bestimmten Gasdichte an der Wand. Dieser Abfall wird nur zum Teil von den Korrekturfaktoren ausgeglichen. Es ist vernünftig anzunehmen, daß dieser Fehler die Gültigkeitsgrenze der Gleichung (34) anzeigt, die auch hier im wesentlichen aus dem ebenen Ansatz für die zylindrische Schicht folgt.

Die Ergebnisse entsprechender Meßreihen in Abhängigkeit vom Entladungsstrom sind in Bild 23 dargestellt, und zwar für die Gefäßwandtemperatur $T_w = 60^\circ$ und $80^\circ C$. Hier sind die Meßpunkte mit und ohne Korrektur ebenfalls über der unabhängigen Variablen,nämlich dem Entladungsstrom, aufgetragen. Aus diesen beiden Meßreihen ist eine systematische Abweichung der Ergebnisse vom erwarteten Wert nicht festzustellen.

Entscheidend für das Ergebnis dieser Untersuchung ist die Unabhängigkeit der nach Gleichung (34) bestimmten Gasdichte von der Elektronensättigungsstromdichte. Es erscheint daher sinnvoll, sämtliche Ergebnisse der Meßreihen bei variabler Stromdichte über diesem Parameter darzustellen. Um alle statischen und dynamischen Meßreihen gemeinsam über der Stromdichte darstellen zu können, wurde das Verhältnis der jeweils errechneten Gasdichte zum Mittelwert der zugehörigen Meßreihe gebildet und in Bild 24 eingetragen.

Die Messungen wurden in einem Bereich der Elektronenstromdichte von $j_{es} = 6 \cdot 10^2$ bis $2 \cdot 10^4$ $[Am^{-2}]$ durchgeführt. Wie dem Bild 24 zu entnehmen ist, zeigen die mit den Faktoren und q korrigierten Meßpunkte in diesem Bereich eine Streuung von im Mittel $\pm$ 10% mit einem wahrscheinlich systematischen Absinken bei den kleinsten untersuchten Stromdichten. Dieser auch in den Bildern 21 und 22 festgestellte Fehler ist, wie bereits angedeutet, durch die unzureichende Korrektur

des ebenen Ansatzes für die Untersuchung einer zylindersymmetrischen Schicht durch den Faktor q hervorgerufen und ist offenbar mit den einfachen hier angewandten Mitteln nicht zu beseitigen.

3.3. Messungen in den Edelgasen Neon und Argon

3.3.1. Versuchsaufbau und Durchführung der Messungen

Weitere entscheidende Parameter der Gleichung (34) sind die Konstanten des Entladungsgases. Um zu bestätigen, daß auch die Abhängigkeit der Gasdichtebeziehung und damit die des Stationaritätskriteriums von diesen Daten richtig wiedergegeben wird, wurden Sondenmessungen in einer Neon- und einer Argonentladung ausgeführt.

Um Quecksilberverunreinigungen möglichst auszuschalten, wurde dafür eine besondere Apparatur aufgebaut.

Das Bild 25 zeigt ein Schema dieser Apparatur. Das Entladungsgefäß 1 ist vollständig aus Glas hergestellt und wurde so ausgebildet, daß der wesentliche Teil der Entladungssäule zur Festlegung der Wandtemperatur in ein Wasserbad gesetzt werden kann. Die Hauptentladung brennt zwischen Anode 2 und Oxydkathode 3. Eine Hilfsanode 4 erleichtert die Zündung und trägt zur Stabilität der Entladung bei. Die Sonde 5 ist fest in das Gefäß eingeschmolzen und entspricht vollständig der Zylindersonde im Quecksilbergefäß. Zwei Glas-Metall-Einschmelzungen verbinden das Gefäß mit der übrigen aus Stahl hergestellten Vakuumapparatur unter Zwischenschaltung von federnden Wellrohren 6 und 7. Die Apparatur wird evakuiert über das Ventil 8 und zwei mit flüssigem Stickstoff beschickten Kühlfallen 9 und 10. Da eine Queck-

silberdiffusionspumpe als Hochvakuumpumpe eingesetzt wurde, hatte die Kühlfalle 10 vor allem die Quecksilberdiffusion von der Pumpe her, aber auch von dem gleichfalls dort angeschlossenen McLeod-Manometer, aufzuhalten. Durch die zweite Kühlfalle ist einmal eine wechselseitige Säuberung der Kühlfallen durch abwechselndes Kühlen und Heizen möglich, zum anderen strömt das Entladungsgas über diese Falle 9 in das Gefäß, so daß es nochmals von eventuell anwesenden Dämpfen gereinigt wird. Das Gas wird über eine Schleuse 12 einem Vorrat spektralreinen Gases 13 entnommen. Das Membranmanometer 14 zur Messung des Gasdruckes im Entladungsraum ist zwischen das Gefäß 1 und die, die beiden Kühlfallen verbindende Hochvakuumleitung geschaltet. Die gesamte Apparatur ist entweder verschweißt oder mit Metalldichtungen versehen. Bei Inbetriebnahme wurde die Stahlapparatur mit 150°C, das Gefäß mit ca. 90°C, ausgeheizt. Die Reinigung des Entladungsgefäßes erfolgte wirksamer durch die Entladung selbst, wobei vor den Messungen das Gas mehrmals gewechselt wurde.

Die elektrische Schaltung unterscheidet sich von der der Quecksilberapparatur nur durch die höhere Betriebsspannung des Gleichrichters. Die wichtigsten Daten der Schaltung können dem Schema entnommen werden.
Die Methode der Sondenmessungen unterscheidet sich nicht von der in Quecksilberentladung angewandten. Es wurde jedoch nur statisch gemessen und außerdem wurde bei der Vergleichsmessung mit dem Membranmanometer etwas anders verfahren.

Die Eichung des Membranmanometers wurde ohne Entladung einmal kontrolliert, indem bei geöffnetem Ventil 8 und geschlossenem Ventil 11 der eingestellte Druck mit dem McLeod-Manometer gemessen und der Nullpunkt des Membranmanometers festgestellt wurde. Dann wurde Ventil 8 geschlossen und Ventil 11 geöffnet, so daß die Vergleichskammer des Manometers auf Hochvakuum evakuiert wurde. Auch dieser Zustand wurde mit dem McLeod kontrolliert. Der dann mit dem Mem-

branmanometer bestimmte Druckwert stimmte mit der vorher festgestellten Anzeige des McLeod-Manometers überein.

Für die Messung wurde in die Apparatur bei geschlossenem Ventil 11 Gas eingelassen, das Manometer 14 auf Null gestellt, Ventil 8 geschlossen und 11 geöffnet. Durch kurzzeitiges Öffnen des Ventils 8 wurde der gewünschte Druck eingestellt und mit dem Membranmanometer 14 gemessen.

Die Reinheit des Entladungsgases wurde sowohl bei der Neon- als auch bei der Argonmeßreihe einmalig durch Aufnahme eines Spektrogrammes geprüft. Es konnten in keinem Falle Quecksilberlinien festgestellt werden, aber auch andere Störungen, z.B. die gelbe Natriumlinie, fehlten.

3.3.2. Abschätzung der mittleren Neutralgaserwärmung

Der Aufbau der oben beschriebenen Apparatur erlaubt eine experimentelle Abschätzung der in der Edelgasentladung entstehenden mittleren Neutralgaserwärmung. Es wurde beobachtet, daß das Membranmanometer bei geschlossenem Ventil 8 reproduzierbar einen Druckunterschied anzeigt, je nachdem, ob die Entladung brennt oder nicht.

An diese Beobachtung ist folgende Abschätzung geknüpft worden:

In das Gefäß einschließlich Meßkammer sind ursprünglich N Gasatome eingelassen worden. Da Gefäß und Meßkammer ungefähr gleich temperiert sind und zwischen beiden Räumen kein Druckunterschied herrschen kann, ist die Gasdichte räumlich konstant und es gilt:

$$V_G \; n_G + V_K \cdot n_K = N \qquad (82)$$

Wird das Gas und das Gefäß durch die Entladung erwärmt, und der Druckunterschied zwischen Gefäß und Meßkammer ausgeglichen, so sind die Gasdichten in beiden Volumina entsprechend den Gastemperaturen aufgeteilt, die Gesamtzahl der Teilchen aber bleibt konstant.

$$V_G \cdot n_{GE} + V_K \cdot n_{KE} = N \tag{83}$$

Gleichsetzung der Gleichungen (82) und (83) liefert einen Gleichung, die die Teilchendichte vor und während der Entladung mit den Gefäßvolumina verknüpft.

$$\frac{n_{G_E}}{n_G} = \frac{V_G + V_K}{V_G} - \frac{V_K}{V_G} \frac{n_{K\,E}}{n_K} \tag{84}$$

Da die Gastemperatur im Kondensator unverändert bleibt, ist dort das Dichteverhältnis gleich dem Druckverhältnis, so daß gilt

$$\frac{n_{GE}}{n_G} = \frac{V_G + V_K}{V_G} - \frac{V_K}{V_G} \frac{p_E}{p} \tag{85}$$

Auch im Gefäß ist derselbe Druckanstieg erfolgt. Wegen der Proportionalität zwischen Dichte und Druck gilt

$$\frac{n_{GE}}{n_G} = \frac{p_E}{p} \frac{T}{T_E} \tag{86}$$

woraus für die mittlere Gastemperatur im Entladungsraum folgt:

$$T_E = \frac{p_E\, n_G}{p\; n_{GE}}\, T \tag{87}$$

Mit den Abmessungen der Apparatur und dem gemessenen Druckverhältnis bei einem Entladungsstrom von 1 A folgt aus den

Gleichungen (85) und (87) eine Anhebung der mittleren Gastemperatur um ca. 5% der Ausgangstemperatur.

3.3.3. Ergebnisse der Sondenmessungen

In der Neonentladung sind bei konstanter Entladungsstromstärke und verschiedenen Gasdichten eine Reihe von Sondenkennlinien statisch ausgemessen und ausgewertet worden.

Um aus den Plasmadaten die Neutralgasdichte zu errechnen, wurde Gleichung (34) mit folgenden Konstanten benutzt, die sich aus Masse, Ionisierungspotential und Ionisierungsquerschnitt des Gases +) ergeben:

$$p_m = 53{,}6 \cdot 10^{-2} \underset{[Am^{-2}]}{j_{es}^{1/2}} \left[\frac{(U_{EGr} + U_{em})^{1/2} - U_{em}^{1/2}}{U_{EGr}^{3/8}\left(\frac{4}{7}U_{EGr}^{7/4} - \frac{4}{3}(21{,}5 - U_{em})U_{EGr}^{3/4} + \frac{16}{21}(21{,}5 - U_{em})^{7/4}\right)} \right]^{2/3} [\text{Torr}] \qquad (34b)$$

Sämtliche Meßergebnisse sind in Tabelle 4 zusammengestellt worden. Die grafische Darstellung des Ergebnisses aus Gleichung (34b) für die Neutralgasdichte als Funktion der mit dem Membranmanometer gemessenen Gasdichte ist in Bild 26 dargestellt.

Da Neon wie erwartet im Vergleich mit Quecksilber hohe Grenzpotential aufweist, ist die Schichtdicke an der Stationaritätsgrenze schon so groß, daß man ohne die Korrektur mit q zu viel zu kleinen Werten kommt, wie die Spalte 11 der Tabelle 4 im Vergleich mit Spalte 14 zeigt und wie es in Bild 26 besonders deutlich wird.

+) Die Konstanten wurden dem unter 9) zitierten Buch von GRANOWSKI entnommen.

Gegenüber der Korrektur des Elektronenstromes durch q ist die Berücksichtigung der Nichtlinearität der Ionisierungsfunktion durch $\varkappa$ (Spalte 12) nur unbedeutend. Das ist plausibel, weil auch die relativ hohen Grenzpotentiale das Maximum der Ionisierungsfunktion im allgemeinen noch nicht überschreiten. Durch die Korrektur der mit Gleichung (34b) errechneten Werte stimmen diese mit der gemessenen Gasdichte überein mit einem Fehler von im Mittel -10%, wie Bild 26 ebenfalls zeigt.

Ganz entsprechend zur Meßreihe in Neonentladung wurde in Argonentladung gemessen. Die Gleichung erhält hier mit den Konstanten des Argon folgende Form:

$$p_m = 7{,}61 \cdot 10^{-2} \underset{[Am^{-2}]}{j_{es}^{1/2}} \left[\frac{(U_{EGr}+U_{em})^{1/2} - U_{em}^{1/2}}{U_{EGr}^{7/8}\left(\frac{4}{7}U_{EGr}^{7/4} - \frac{4}{3}U_{EGr}^{3/4}(15{,}7-U_{em}) + \frac{16}{21}(15{,}7-U_{em})^{3/4}\right)} \right]^{2/3} [\text{Torr}] \qquad (34c)$$

Die Meßergebnisse sind in der Tabelle 5 zusammengestellt und außerdem ist die Gasdichte in Bild 27 grafisch dargestellt worden.

Den Meßwerten ist zu entnehmen, daß sich in der Argonentladung, ähnlich wie in der Quecksilberdampfentladung, Grenzpotentiale U_{EGr} ergeben, die nur wenig höher sind als das Ionisierungspotential des Gases. Entsprechend ergibt sich auch ein ähnlicher Verlauf der Meßkurve gegenüber der Sollkurve. Ohne Korrektur mit den Faktoren $\varkappa$ und q ergeben sich durch Messungen mit der Sonde unterhalb $2 \cdot 10^{-2}$ Torr in zunehmendem Maße zu kleine Gasdichten. Dagegen liefern die Sondenmessungen mindestens bei 10^{-1} Torr Werte für die Gasdichte, die mit der reduzierten Anzeige des Membranmanometers gut übereinstimmen. Nach Anwendung der Korrekturfaktoren läßt sich eine Ausgleichsgerade für die Meßwerte in Bild 27 einzeichnen, die - ähnlich wie bei Quecksilberentladung, nur weit stärker - gegenüber der Sollkurve parallel verschoben ist. Danach sind die Ergebnisse der Sondenmes-

sungen in Argonentladung im Mittel um 60% zu hoch. Da sich dieser systematische Fehler als unabhängig von der Gasdichte ergibt, ist die Ursache am ehesten bei der Konstanten der Gleichung (34) zu suchen. Als einer der wichtigsten Faktoren für diese Konstante wird der maximale Ionisierungsquerschnitt den Angaben von GRANOWSKI[9] entnommen. Wie sich aber zeigt, sind die Angaben über Argon der verschiedenen, dort zitierten Autoren besonders unterschiedlich, so daß es leicht möglich ist, daß der in die Rechnung eingesetzte Wert zu klein ist. Die gegenüber dem Ionisierungspotential beim Argon besonders niedrigen Grenzpotentiale lassen die mittlere Anfangsgeschwindigkeit der Elektronen U_{em} einen erheblichen Einfluß gewinnen. Es ist anfänglich mit der Gleichung (34) unter Vernachlässigung der Anfangsgeschwindigkeit gegenüber dem Ionisierungspotential gerechnet worden. Es ergeben sich dann vor allem bei Neonentladung unmerkliche, bei Quecksilberentladung nur im Bereich um 10^{-1} Torr merkliche Abweichungen der errechneten Gasdichte vom eingestellten Wert. Bei Argonentladung aber findet man eine starke Neigung der Meßkurve gegenüber der Sollgeraden, die allein durch Berücksichtigung der Anfangsgeschwindigkeit der vom Plasma in die Schicht einlaufenden Elektronen beseitigt wird.

3.3.4. Das Schichtkriterium der Ionenraumladungsschicht in Edelgasentladung

In der bereits zitierten Arbeit über die Stationaritätsbedingung der Ionenraumladungsschicht hat JOCHMANN[14] die Richtigkeit der Gleichung (75) in einer Quecksilberentladung experimentell geprüft. Nach dieser Gleichung ist das Verhältnis von Elektronensättigungsstrom zum Ionensättigungsstrom eine Konstante des Gases. Die aufgeführten Ergebnisse aus Messungen in Edelgasentladung gestatten, die Gleichung (75) in Neon und Argon zu prüfen. Entsprechend zur

Gleichung (75) findet sich für Neon der theoretische Wert

$$\left(\frac{I_{es}}{I_{is}}\right)_{Ne} = \left(\frac{j_{es}}{j_{is}}\right)_{Ne} = 76{,}6 \tag{88}$$

und für Argon

$$\left(\frac{I_{es}}{I_{is}}\right)_{A} = \left(\frac{j_{es}}{j_{is}}\right)_{A} = 107 \tag{89}$$

Die Messungen ergeben als Mittelwerte:

$$\left(\frac{I_{es}}{I_{is}}\right)_{Ne} = 56 \tag{88a}$$

$$\left(\frac{I_{es}}{I_{is}}\right)_{A} = 72 \tag{89a}$$

und bleiben damit um 37% bzw. 48% unter dem theoretischen Wert. Mit Gleichung (75) für die Elektronentemperatur folgt für die beiden Edelgase

$$U_{e\,Ne} = \frac{U_{Pl} - U_{Fl}}{4{,}34} \tag{90}$$

$$U_{e\,A} = \frac{U_{Pl} - U_{Fl}}{4{,}66} \tag{91}$$

während sich aus den Meßwerten ergibt

$$U_{e\,Ne} = \frac{U_{Pl} - U_{Fl}}{4{,}02} \tag{90a}$$

$$U_{e\,A} = \frac{U_{Pl} - U_{Fl}}{4{,}28} \tag{91a}$$

Damit sind diese Werte um 7% kleiner als der theoretisch erwartete Wert. Trotz der relativ großen Abweichungen ist der erwartete Gang der Konstanten mit den Daten des Entladungsgases zu erkennen.

4. Schlußfolgerungen und Ausblick

Zur experimentellen Bestätigung der theoretischen Gasdichtebeziehung sind mit Langmuirsonden Plasmadaten gemessen worden, aus denen die Gasdichte errechnet wurde. Diese Werte wurden verglichen mit dem Ergebnis einer direkten Gasdruckmessung.

Um einen Schluß über die Richtigkeit der verwendeten Beziehungen zu gewinnen, werden die Ergebnisse der Messungen unter a) und deren Deutung unter b) zusammengestellt.

1a) Bei statischer Messung der Sondenkennlinien in Quecksilberentladung liefert die Gasdichtebeziehung im Bereich zwischen $p_{Mem} = 1{,}5 \cdot 10^{-1}$ und $1 \cdot 10^{-2}$ Torr im Mittel mit dem Sollwert übereinstimmende Werte, unterhalb $1 \cdot 10^{-2}$ Torr ergeben sich zu kleine Werte (max. Faktor 3,5).

1b) Der Abfall bei niederen Gasdichten, d.h. bei großen Schichtdicken, wird verursacht durch die vereinfachende Annahme einer ebenen Schicht für die Zylindersonde.

2a) Die Korrekturfaktoren $\varkappa$ (Korrektur der linearisierten Ionisierungsfunktion) und q (Geometriefaktor der zylindrischen Schicht) beseitigen den steilen Abfall der errechneten Werte unterhalb $1 \cdot 10^{-2}$ Torr, führen aber zu einer Anhebung der Werte im Bereich zwischen $1 \cdot 10^{-2}$ und $3 \cdot 10^{-2}$ Torr mit einem mittleren Faktor von 1,25.

2b) Dieser Fehler liegt vor allem in der ungenauen Korrektur der Sondenstromdichte. Diese Diskrepanz läßt sich vermutlich nur dadurch beseitigen, daß die Untersuchung von vornherein für den zylindersymmetrischen Fall ausgeführt wird.

3a) Die Auswertung derselben Meßwerte mit der zweiten Gasdichtebeziehung, die den Freifall der Ionen in der Schicht voraussetzt, zeigt auch mit Korrektur den steilen Abfall der errechneten Werte gegenüber Meßwerten für niedere Drucke.

3b) Umladungen der Ionen in der Schicht, die in der Gasdichtebeziehung,Gleichung (34), berücksichtigt sind, können erst bei großen Schichtdicken, d.h. bei niederen Gasdichten auftreten, so daß dort bei Vernachlässigung der Umladungen Fehler zu erwarten sind.

4a) Bei dynamischer Messung der Kennlinien ergeben sich nach Korrektur mit $\varkappa$ und q errechnete Gasdichten, die um den konstanten Faktor 1,35 über den gemessenen Werten liegen.

4b) Als Deutung dieses Effektes wurde das dynamische Verhalten der Raumladungsschicht angeführt, das zu einem erhöhten Sondenstrom auf Grund des Schichtdickenwachstums führt.

5a) Messungen bei variabler Elektronenstromdichte und in jeder Meßreihe konstanter Gasdichte zeigten im Extremfall eine Reduktion des errechneten Wertes gegenüber dem gemessenen Druck um 40% bei sehr niedriger Stromdichte. Dabei wurde die Stromdichte von $5{,}5 \cdot 10^2$ bis $1{,}3 \cdot 10^4$ Am^{-2} verändert.

5b) Der Abfall der errechneten Gasdichte mit der Stromdichte ist allein als Grenze für die Richtigkeit der Gasdichtebeziehung zu verstehen, die hier wieder in erster Linie durch die Annäherung der zylindrischen Schicht durch einen ebenen Ansatz verursacht und nicht ausreichend korrigiert wird.

6a) Eine Variation der Konstanten des Entladungsgases erfolgte durch Messung in Neonentladung, die ohne

Korrektur auf Werte der errechneten Gasdichte führt, die um den Faktor 2,17 zu klein sind. Die Korrekturen heben diese Abweichung bis auf einen Fehler von -10% auf.

6b) Da in Neonentladung die Stationaritätsgrenze erst bei großen Schichtdicken erreicht wird, resultiert der große Fehler sicher ebenfalls aus der Annäherung der zylindrischen Schicht durch einen ebenen Ansatz. Durch die Korrekturen wird der Fehler nahezu beseitigt.

7a) In Argonentladung werden ohne Korrekturen aus den Sondenmessungen zwischen $2 \cdot 10^{-2}$ und $1 \cdot 10^{-1}$ Torr im Mittel die richtigen Gasdichten errechnet, für kleinere Drucke ergeben sich,wie bei Quecksilber, zunehmend zu kleine Werte.

7b) Die Deutung der Abweichung bei niedrigem Druck ist ebenfalls wie bei Quecksilber durch die zunehmende Schichtdicke an der Stationaritätsgrenze und das dadurch zu erwartende Versagen der Näherung für die zylindrische Schicht gegeben.

8a) Die Korrektur mit den Faktoren $\varkappa$ (Ionisierungsfunktion) und q (Geometrie) führt bei Argon zu der größten von der Gasdichte unabhängigen Abweichung um den Faktor 1,6.

8b) Es ist unwahrscheinlich, daß dieser relativ hohe Wert allein durch eine unzureichende Korrektur der Elektronenstromdichte mit dem Faktor q herrührt. In die Konstante der Gasdichtebeziehung geht der Ionisierungsquerschnitt mit dem Exponenten-2/3 ein. Da die Literaturangaben über den Ionisierungsquerschnitt des Argons stark voneinander abweichen, ist es möglich, daß der größte der bei GRANOWSKI zitierten Werte für den maximalen Ionisierungsquerschnitt, der hier verwendet wurde, noch zu klein ist.

Aus diesen Ergebnissen 1a) bis 8a) und deren Bedeutung wird der Schluß gezogen, daß die Gasdichtebeziehung Gleichung (34)

im untersuchten Bereich richtig ist. Dadurch ist es möglich, mit der Langmuirsonde die Neutralgasdichte in einer Entladung zu bestimmen.

Um diese Gasdichtebeziehung anwenden zu können, ist aus der Kennlinie einer Zylindersonde neben dem Elektronensättigungsstrom, der Elektronentemperatur, dem Plasmapotential und gegebenenfalls dem Floatingpotential auch das Grenzpotential der stationären Raumladungsschicht und der Sondenstrom bei diesem Potential zu entnehmen. Mit der Oberfläche der Sonde wird die Sättigungsstromdichte bestimmt und aus der Differenz zwischen Plasma- und Grenzpotential wird die an der Raumladungsschicht anliegende Spannung errechnet. Diese Werte sowie die Elektronentemperatur und die Konstanten des Entladungsgases werden in die Gleichung (34) eingesetzt. Der Elektronenstrom beim Grenzpotential ist erforderlich, um den Korrekturfaktor q zu ermitteln, durch den die geometrisch bedingte Zunahme der Elektronenstromdichte in einer zylindrischen Schicht berücksichtigt wird.

Die Gasdichtebeziehung ergab sich direkt aus einer Bedingung für die Existenz einer Lösung der stationär angesetzten Raumladungsgleichung. Aus der experimentellen Bestätigung der Gasdichtebeziehung ist demnach auf die Richtigkeit dieser Grenzbedingung und der Behauptung zu schließen, daß das Grenzpotential mit dem in Sondenkennlinien beobachteten Zündpotential übereinstimmt.

Die Abschätzung eines durch metastabil angeregte Atome verursachten, effektiven Ionisierungspotentials hatte ergeben, daß daraus kein Einfluß auf die Grenzbedingung bzw. die Gasdichtebestimmung resultieren kann. Zu demselben Ergebnis führte die Abschätzung der mittleren Elektronenbahnlänge in der Schicht.

Beide Effekte können, wie aus Gleichung (34) und der Untersuchung der Elektronenbahnlänge hervorgeht, nur bei niedrigen Grenzpotentialen, d.h. vor allem bei hohen Gasdichten, wirksam

werden. Demnach sind die in den experimentellen Ergebnissen vorhandenen, von der Gasdichte unabhängigen Fehler damit nicht zu deuten. Dann ist umgekehrt zu schließen, daß ein effektives Ionisierungspotential und die Elektronenbahnlänge wie erwartet ohne merklichen Einfluß auf die Gasdichtebestimmung sind.

Da gezeigt werden konnte, daß alle für die Gleichung (34) erforderlichen Daten auch aus der linearen Darstellung einer dynamisch gemessenen Kennlinie zu entnehmen sind, ist neben dem Zeitgewinn bei der Auswertung der Kennlinie erreicht, daß auch in nichtstationärer Entladung mit der Sonde die Gasdichte bestimmt werden kann. Auf Grund dieser Erkenntnis konnten bei der Untersuchung stromstarker Quecksilberdampfentladungen Ergebnisse über die dynamische Veränderung der Gasdichte in der Entladung erzielt werden. Allein durch Sondenmessungen kann die Dynamik der Gasdichte ebenso wie auch ihre räumliche Verteilung im Entladungsraum untersucht werden.

Solche Messungen sind von KLARFELD und Mitarbeitern nach Eichung der Sondengrenzpotentiale in Abhängigkeit von Plasmadaten und Gasdichte bereits ausgeführt worden. Der wesentliche Fortschritt der vorliegenden Arbeit liegt in der Aufstellung einer geschlossenen Gasdichtebeziehung, aus der das Gewicht der einzelnen Parameter und mögliche Fehlerquellen eindeutig zu erkennen sind.

So kann aus der Gleichung (34) z.B. sofort abgelesen werden, daß die Feststellung von KLARFELD, die Elektronentemperatur wäre ohne Einfluß auf die Gasdichtebestimmung, nur solange richtig ist, wie das Grenzpotential etwa um den Faktor 2 größer ist als das Ionisierungspotential des Entladungsgases.

Eine Weiterführung der Untersuchungen müßte bei Aufrechterhaltung der Voraussetzung einer ebenen Schicht die vereinfachende Annahme fallenlassen, daß die in der Schicht ent-

stehenden Ionen alle von der Oberfläche der Sonde aus durch die Elektronenraumladungsschicht laufen. Darüber hinaus wäre für Messungen mit einer Zylindersonde ein zylindersymmetrischer Ansatz der stationären Raumladungsgleichung notwendig.

Statt der Gleichung (16) wäre für die Poisson'sche Gleichung dann zu schreiben:

$$\frac{d^2U}{dr^2} + \frac{1}{r}\,\frac{dU}{dr} = \text{const}\,\frac{1}{r}\left(\frac{\sqrt{m}}{\sqrt{U + U_{em}}} - \frac{I\sqrt{M}}{\sqrt{U_E - U}}\right) \tag{92}$$

Dabei wird berücksichtigt, daß die Elektronenstromdichte in der Schicht umgekehrt proportional zu r wächst.

Eine genauere Untersuchung hat gezeigt, daß unter diesen Voraussetzungen weder aus dem ebenen noch dem zylindersymmetrischen Ansatz eine geschlossene Grenzbedingung bzw. Gasdichtebeziehung abzuleiten ist. Wenn es gelänge, mit Hilfe eines Rechenautomaten die Differentialgleichungen numerisch zu lösen, so wäre damit doch nicht das erreicht, was Ziel dieser Arbeit war. Wohl könnte aus dem Vergleich des aus Plasmadaten und gemessener Gasdichte mit der Maschine errechneten Grenzpotentials mit dem Zündpotential der Sondenkennlinie eventuell eine bessere Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment festgestellt werden als das hier der Fall war, für die Bestimmung der Gasdichte wäre gegenüber einer Eichung jedoch kein wesentlicher Vorteil erzielt.

5. Zusammenfassung

Zur Messung der Neutralgasdichte in einer Niederdruckentladung hatte KLARFELD die Eichung des Zündpotentials einer Sondenkennlinie in Abhängigkeit von den Plasmadaten und der Gasdichte vorgeschlagen. Durch theoretische Untersuchung der Elektronenraumladungsschicht, entsprechend neuerer Arbeiten über die Ionenraumladungsschicht, wurde versucht, eine Gasdichtebeziehung zu finden, die obige Eichung vermeidet. Mit Hilfe vereinfachender Annahmen konnte die Ionisierungsausbeute der Elektronen in der Schicht berechnet werden, so daß die Poisson'sche Gleichung für die Elektronenraumladungsschicht durch Einführung einer zeitlich konstanten Elektronenstromdichte für einen stationären Zustand aufgestellt werden konnte. Das erste Integral dieser Gleichung zeigte, daß von einem bestimmten Sondenpotential an der stationäre Ansatz physikalisch sinnlos wird, so daß sich eine Grenzbedingung für das Sondenpotential ergab. Bei Berücksichtigung von Umladungsprozessen der Ionen in der Schicht ergab sich eine modifizierte Grenzbedingung, aus der auf grafischem Wege für beispielsweise vorgegebene Plasmadaten die Grenzpotentiale bestimmt wurden. Mit der Annahme, daß das Grenzpotential mit dem an Sondenkennlinien beobachteten Zündpotential übereinstimmt, ergab sich aus der Grenzbedingung die gesuchte Beziehung, die die Gasdichte als Funktion des Grenzpotentials und der Plasmadaten darstellt. Zur Korrektur der Vereinfachungen durch den linearen Ansatz der Ionisierungsfunktion und die Nichtbeachtung der geometrisch-bedingten Zunahme der Elektronenstromdichte in der zylindrischen Schicht,wurden die Faktoren $\varkappa$ und q eingeführt. Zur experimentellen Prüfung der Gasdichtebeziehung wurden die Meßwerte eines Membranmanometers mit den aus den Plasmadaten errechneten Gasdichten verglichen. Die dazu notwendigen Apparaturen wurden be-

schrieben. Es wurden in Quecksilberdampfentladung Sondenkennlinien sowohl statisch als auch dynamisch gemessen, wobei die Gasdichte und die Elektronenstromdichte zur Sonde in getrennten Meßreihen freie Variable waren. Daraus konnte die Gasdichtebeziehung gut bestätigt, kleinere systematische Fehler konnten gedeutet werden. Die Gasdichtebeziehung wurde auch durch entsprechende Messungen in Neonentladung sehr gut bestätigt. Die Untersuchungen in Argonentladung zeigten einen starken Einfluß der Elektronentemperatur auf die Gasdichtebestimmung und einen konstanten Fehler von +60% der errechneten Gasdichten gegenüber dem Ergebnis der Membranmanometermessung, für den ebenfalls eine Deutung versucht wurde. Aus der Richtigkeit der Gasdichtebeziehung wurde geschlossen, daß die theoretisch ermittelte Grenzbedingung und die angenommene Gleichheit von Grenzpotential und Zündpotential der Sondenkennlinie experimentell verifiziert sind.

Diese Arbeit wurde im physikalischen Laboratorium der AEG-Stromrichterfabrik durchgeführt. Herrn Dr. M. Danders bin ich für die Anregung zu dieser Arbeit und ständige Förderung zu großem Dank verpflichtet. Herrn Prof. Dr.W.Stein danke ich für das meiner Arbeit entgegengebrachte große Interesse. Mein Dank gilt aber ebenso allen denen, die mir beim Aufbau der Apparatur und bei der Durchführung der Versuche behilflich waren.

Erklärung der verwendeten Zeichen:

a	Konstante im Polynomansatz Gleichung (81);
$\alpha_{\parallel}$, α_o	$= \frac{r}{r_s}$ auf den Sondenradius bezogener Radius in der Raumladungsschicht bei ebenem bzw. zylindersymmetrischem Ansatz;
b	Konstante im Polynomansatz Gleichung (81);
$b\ (U_e)$	Definition im Anhang Gleichung VII;
B_μ	Definition im Anhang Gleichung III;
β_μ	Korrekturfunktion des Langmuir-Child'schen Gesetzes;
c	Konstante im Polynomansatz Gleichung (81)
C_1, C_{1Korr}	Proportionalitätsfaktor Gleichung 4 bzw. deren korrigierter Wert N_e: $C_1 = 0{,}041$ A : $C_1 = 0{,}4$ H_g: $C_1 = 0{,}95$ $\left[\frac{1}{\text{cm Torr V}}\right]$
C_2	Konstante der Gleichung (13)
D_μ	Diffusionskoeffizient metastabil angeregter Atome; s. Anhang Gleichung IV
δ	Dicke der Raumladungsschicht;
δ_i, δ_{io}	Teil der Schichtdicke, in dem Ionisationen bzw. in dem keine Ionisationen auftreten können;
δ_{Gr}	Dicke der Raumladungsschicht beim Grenzpotential der stationären Schicht;

e $= 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ [As] Elementarladung;

E_w $= \left(\frac{dU}{dx}\right)_{u=0}$ Plasmarandfeldstärke;

ε_o $= 8{,}86 \cdot 10^{-12}$ [As V^{-1} m^{-1}]

η Konstante s. Gleichung (79) bzw. (79a);

$f(U_e)$ Definition im Anhang Gleichung VI;

F_s Oberfläche der Sonde;

F_{Sch} Oberfläche der Schichtgrenze;

$\overline{F}$ Mittelwert der Flächen zwischen Sonde und Schichtgrenze;

φ Einschußwinkel der Elektronen in die Schicht;

g, g_μ Statisches Gewicht des Grundzustandes bzw. des metastabilen Zustandes;

I_A Entladungsstrom;

I_{e_s}, I_{is}, $I_{e\delta}$ Elektronen- bzw. Ionenstrom bei Sättigung bzw. bei der Schichtdicke δ

I_o Besselfunktion nullter Ordnung;

I_{oi} Besselfunktion nullter Ordnung für ein rein imaginäres Argument;

I Proportionalitätsfaktor Gleichung (9) bzw. Gleichung (10);

j_e, j_i Elektronen- bzw. Ionenstromdichte;

j_{e_s}, j_{is} Elektronen- bzw. Ionensättigungsstromdichte;

j_{ei} Für Ionisationen in der Schicht wirksame Elektronenstromdichte;

$j_{\parallel}$; j_o Stromdichte in einer zylindrischen Raumladungsschicht bei ebenem bzw. zylindersymmetrischem Ansatz

K Integrationskonstante

$\varkappa$ Korrekturfaktor der linearisierten Ionisierungsfunktion, Bild Nr. 4;

l_s Länge der Zylindersonde;

l Wegstrecke;

L Länge der Elektronenbahnen in der Schicht;

λ_u mittlere freie Weglänge zwischen zwei Umladungen;

Proportionalitätsfaktor in der Gleichung = für die Wärmeleitungskoeffizienten

m $= 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ [kg] Masse des Elektrones;

M Masse der Ionen $M_{Hg} = 3{,}3\ 10^{-25}$ $M_{Ne} = 3{,}3\ 10^{-26}$

$M_A = 6{,}56\ 10^{-26}$ [kg]

n_{ew} Elektronendichte an der Plasmagrenze;

n_G; n_{GE} Gasdichte ohne bzw. mit Entladung im Entladungsgefäß;

n_K; n_{KE} Gasdichte ohne bzw. mit Entladung im Membranmanometer;

N Teilchenzahl in einem abgeschlossenen Volumen;

n_μ Dichte der metastabil angeregten Atome;

p $= \frac{n}{n_1}$ [Torr] Gasdichte, wenn n_1 die Gasdichte bei 0^oC und 1 Torr ist;

p_m, p_o Gasdichte, errechnet aus Gleichung (34)(mit Umladungen) bzw. aus Gleichung (35) (ohne Umladungen);

p_{Mem} Mit Membranmanometer bestimmte Gasdichte bzw.

p_{Hg} Sattdampfdichte;

p_o, p_E Gasdruck im abgeschlossenen Raum ohne Entladung bzw. bei brennender Entladung;

Π Konstante der Gleichung (78)

q Korrekturfaktor Gleichung (53) zur Berücksichtigung der geometrisch bedingten Zunahme der Stromdichte in einer zylindrischen Schicht;

Q_i, Q_{m_i} Ionisierungsquerschnitt bzw. dessen Maximalwert;

Q_u Umladequerschnitt;

$Q\ (o)$ elastische Stoßverluste der Elektronen in der Entladung auf der Achse eines zylindrischen Entladungsraumes;

r Koordinate im zylindrischen Entladungsraum;

r_s Radius der Zylindersonde;

R Radius eines zylindrischen Entladungsgefäßes;

ϱ_e, ϱ_i Raumladung von Elektronen bzw. Ionen;

T_w Temperatur der Gefäßwand;

T_E Gastemperatur bei brennender Entladung;

$T\ (r)$ Gastemperatur in einer zylindrischen Entladungssäule

U laufendes Potential

U_K kritisches Sondenpotential s. Gleichung (65);

U_o Voltäquivalent einer Anfangsgeschwindigkeit;

U_e, U_{em} Voltäquivalent der wahrscheinlichsten bzw. mittleren Elektronengeschwindigkeit im Plasma ($U_{em} = \frac{4}{\pi} U_e$);

U_E, U_{EGr} Sondenpotential bzw. dessen Grenzwert;

U_i Ionisierungspotential, $U_{iHg} = 10{,}4$ [V]
$U_{iNe} = 21{,}5$ [V]
$U_{iA} = 15{,}7$ [V] ;

U_{mi} Potential bezogen auf Ionisierungspotential, für das die Ionisierungsfunktion ihr Maximum erreicht;

U_μ metastabiles Niveau;

U_{Pl}, U_{Fl} Plasma- bzw. Floatingpotential;

v, v_o Geschwindigkeit bzw. deren Anfangswert;

v_e, v_i Geschwindigkeit der Elektronen bzw. Ionen;

V_G, V_K	Volumen des Entladungsgefäßes bzw. des Membranmanometers;
W	Wahrscheinlichkeit Abschnitt 2.2, Gleichung III
x	Koordinate;
ξ	Konstante der Ungleichung (31)
ξ'	Konstante der Gleichung (35)
y	Koordinate

A n h a n g

Beziehungen aus der unter 11) zitierten Arbeit von Fabrikant, die für die Bestimmung der Dichte metastabil angeregter Atome benutzt wurden

Die Variable y_μ, die ein relatives Maß für die Dichte der angeregten Atome gibt, ist definiert durch

$$I \quad y_\mu = \frac{n_\mu}{n} \frac{g}{g_\mu} e^{U_\mu / U_e} \qquad \text{I}$$

andererseits ist y_μ gegebendurch $\quad y_\mu(0) = \frac{B_\mu}{\lambda^2} \qquad \text{II}$

wenn man nur die Achse der Entladung betrachtet. Dabei ist für B_μ zu setzen

$$B_\mu = \beta_\mu \frac{R^2}{D_\mu} \qquad \text{III}$$

und es gilt für $D_\mu = 2{,}25 \cdot 10^{-16} \frac{T}{\sigma_d^2} \sqrt{\frac{T}{M}} \frac{1}{p} \qquad \text{IV}$

$$\text{und} \quad \beta_\mu = 7 \cdot 10^7 \, Q_\mu(o) \, m_e \sqrt{U_e} \, f(U) \qquad \text{V}$$

sowie weiterhin $Q_\mu = 3{,}4 \cdot 10^{16} \frac{cm^2}{cm^3}$

$$f(U_e) = \frac{1}{[b(U_e)]^3} \left[b(U_e) + 2 \frac{U_e}{U_\mu} \right] \qquad \text{VI}$$

$$b(U_e) = 1 + \frac{U_e}{U_{m\mu} - U_\mu} \qquad \text{VII}$$

Falls $B_\mu > 100$, dann ergibt sich eine asymptotische Lösung

$$y = 1 - \frac{I_o(0)}{I_o(\sqrt{B_\mu})} \qquad \text{VIII}$$

wiederum auf der Achse der Entladung.

Nach diesen Beziehungen wurden folgende Werte errechnet:

Gas	n_e	U_e	p	$b(U_e)$	$f(U_e)$	β_μ	D_μ	y_μ	n_μ / n
Hg	$1 \cdot 10^{10}$	1,035	$2 \cdot 10^{-3}$	1,343	0,72	174	$6{,}36 \cdot 10^{4}$	$4{,}72 \cdot 10^{-2}$	$1{,}75 \cdot 10^{-3}$
	$1 \cdot 10^{12}$	0,65	$6{,}85 \cdot 10^{-2}$	1,22	0,812		$1{,}86 \cdot 10^{3}$	0,778	$1{,}63 \cdot 10^{-3}$
Ne	$7{,}8 \cdot 10^{9}$	4,32	$6{,}8 \cdot 10^{-2}$	2,44	0,204	80,7	$3{,}28 \cdot 10^{4}$	$8{,}6 \cdot 10^{-3}$	$9 \cdot 10^{-4}$
	$1{,}07 \cdot 10^{10}$	17,4	$1 \cdot 10^{-1}$	6,8	0,028	30,8	$2{,}23 \cdot 10^{4}$	$4{,}8 \cdot 10^{-3}$	$9{,}3 \cdot 10^{-3}$
A	$2{,}8 \cdot 10^{10}$	5,16	$4{,}6 \cdot 10^{-2}$	2,72	0,18	272	$1{,}03 \cdot 10^{4}$	$9{,}25 \cdot 10^{-2}$	$4{,}9 \cdot 10^{-2}$
	$8{,}7 \cdot 10^{9}$	3,75	$1{,}6 \cdot 10^{-2}$	2,25	0,254	102	$2{,}96 \cdot 10^{4}$	$1{,}2 \cdot 10^{-2}$	$2{,}7 \cdot 10^{-3}$

Bei den gewählten Werten für n_e, U_e und p handelt es sich um Extremwerte hinsichtlich n_e aus einer Reihe von Messungen.

Literaturverzeichnis

1.	v. Engel und Steenbeck	Wiss.Veröff.d.Siemenswerke, XV 1936, 3, 42
2.	Klarfeld, Timofejew, Neretina, Gußewa	Shurnal techn.fisiki 1955 Nr. 9, 1581 - 1596
3.	Boyd	Proc.Roy.Soc. A 201, 329, 1950
4.	Bohm in Guthrie and Wakerling	Electrical Discharges in Magnetic Fields Mc. Graw-Hill New York 1949
5.	Ecker u. Mc. Chure	Z.f.Naturf. 17a, 705 - 706, 1962
6.	Danders	Archiv f.Elektrotechnik Bd. 49, 1964 2. H., S. 92
7.	Sena	J. Physics, 1946, Vol. X, Nr. 2
8.	Fabrikant	Bull.Acad.Sci USSR 305 (1938)
9.	Granowski	Der elektrische Strom im Gas, Band 1 Akademie Verlag Berlin 1955
10.	Langmuir u. Blodgett	Phys. Rev. 29, 49 (1924) Phys. Rev. 22, 347 (1923)
11.	Fabrikant	Techn. Phys.of USSR 1938 Vol. V Nr. 11, S. 864
12.	Medicus	J. appl.Phys. 32, 1961, H. 12, S. 2512
13.	Ardenne	Tabellen zur angew. Physik, Bd.2 VEB Deutscher Verlag der Wissenschaft Berlin 1964, Abschn. 5.4.4 und 5.7.2.3
14.	Jochmann	Diplomarbeit FU-Berlin 1964
15.	Anwander	BBC-Mitteilungen Nov.-Dez., Bd. 48, Nr. 11/12, S. 623
16.	Risch	Helv.Phys.Acta Bd.6(1933) Nr. 2 S. 128 - 138
17.	Wasserrab	Z.f.Phys.Bd.127 S.324-333 (1950) Z.f.Phys.Bd.129 S.190-201 (1961)
18.	Kamke und Rose	Z.f.Phys.Bd.145 S. 83-115 (1956)

T a b e l l e 1

Messungen mit ebener Schutzringsonde

p_{Mem} [mTorr]	R_v [Ω]	U_{EGr} [V]	$p_{m\ Korr}$ [mTorr]
70		24,3	74
	253	25,5	64,6
	140	27,16	76,6
	61	20,4	92,7

T a b e l l e 2

Messungen bei verschiedenen Sondentemperaturen - dynamische Messung

p_{Mem} [mTorr]	I_{e_s} [mA]	j_{e_s} [Acm^{-2}]	U_e [V]	U_{EGr} [V]	p_{mKorr} [mTorr]	geschätzte Sondentemperatur
40	21,2	1,05	0,64	28,3	49,6	glüht nicht
				28,95	48,4	glüht nicht
				28,4	50,4	glüht nicht
				28,6	49,4	glüht nicht
				29,2	46,7	dunkelrot ≈550°C
				29,8	45,9	gelb rot ≈1000°C
				30,4	44,1	weiß ≈1500°C

Tabelle 3. (1)

Hg, stat. Messungen

p_{Mem} [mTorr]	I_A [A]	I_{es} [mA]	I_{eGr} [mA]	j_{es} [Acm^{-2}]	U_e [V]	U_{Pl} [V]	U_{EGr} [V]	P_m [mTorr]	$\varkappa$	q	P_{mKorr} [mTorr]
7	1,2	0,55	4,9	$2,74 \cdot 10^{-2}$	1,03	24	55	1,88	1,26	2,12	5,0
7,4	1,25	0,62	4,6	$3,08 \cdot 10^{-2}$	0,95	25,9	45	2,8	1,1	2,02	6,2
8,2	3	1,9	9	$9,45 \cdot 10^{-2}$	0,91	28	40,8	5,9	1,04	1,65	10,2
10,6	3	2,25	10,5	$1,12 \cdot 10^{-1}$	0,85	29,1	34,8	8,7	0,97	1,64	13,8
13,5	3	2,68	11,3	$1,33 \cdot 10^{-1}$	0,71	28,9	29,6	12,9	0,9	1,57	18,2
18,5	4	4,63	15,5	$2,3 \cdot 10^{-1}$	0,73	26,4	29	17,7	0,895	1,45	23
7,8	1	0,71	9	$3,5 \cdot 10^{-2}$	1,16	29,4	38,6	39,4	1,01	2,46	9,84
70	10	23,5	48	1,17	0,7	20,7	23,2	65	0,83	1,23	66
70	10	25	50	1,245	0,65	20,5	22,97	70	0,83	1,22	71
39	10	20	46	$9,4 \cdot 10^{-1}$	0,77	18,9	28,95	33,8	0,89	1,27	38,4
30	10	17,2	44	$8,55 \cdot 10^{-1}$	0,78	19,4	31,9	28,1	0,925	1,32	34,3
22,5	10	14,2	40	$7,06 \cdot 10^{-1}$	0,79	20,4	34,7	21,6	0,96	1,36	28,2
52	10	22,5	50	1,12	0,76	18,5	26,7	46,2	0,87	1,26	50,5
92	10	27,5	52	1,37	0,68	17,7	21,8	77	0,82	1,19	75
120	10	30,2	56	1,5	0,64	15,4	20	122	0,805	1,19	117
157	10	34	56	1,69	0,6	15,6	17,1	172	0,78	1,15	154

Tabelle 3 (2)

Hg, dynamische Messung

p_{Mem} [mTorr]	I_A [A]	I_{e_s} [mA]	j_{e_s} [Acm^{-2}]	$U_{Pl}-U_{Fl}$ [V]	U_e [V]	p_m [mTorr]	$\varkappa$	q	p_{mKorr} [mTorr]
6,5	1,5	0,75	0,37	4,77	0,87	2,5	1,18	2,02	5,95
6,5	2,5	1,4	$6,5\cdot10^{-2}$	5,4	0,98	1,73	1,74	2,1	6,3
6,5	4,0	1,6	$8\cdot10^{-2}$	4,0	0,73	1,93	1,74	1,9	6,36
7	1,9	0,86	$4,3\cdot10^{-2}$	4,1	0,75	2,42	1,19	2,2	6,32
8	1,8	1,05	$5,2\cdot10^{-2}$	4,3	0,78	4,46	1,04	2,03	9,4
8,4	20,8	13,5	0,67	4,57	0,83	5,9	1,6	1,6	15
10	1,95	1,5	$7,5\cdot10^{-2}$	3,9	0,71	7,0	0,98	1,76	12,1
10,5	19,6	15,9	0,79	4,57	0,83	8,87	1,33	1,51	17,9
13	2	1,6	$8\cdot10^{-2}$	3,3	0,6	11,7	0,89	1,69	17,5
15	5,3	4,92	0,245	4,36	0,79	14,9	0,93	1,57	21,8
18	1,5	1,5	$7,5\cdot10^{-2}$	3,6	0,66	16,4	0,84	1,66	22,8
18,5	4,75	5,05	0,25	4,0	0,73	18,5	0,895	1,54	25,5
24,5	15,7	22,2	1,10	4,0	0,73	24,7	0,99	1,37	33,5
24,5	17,45	26	1,29	3,8	0,69	23,8	0,98	1,44	33,2
31	15,1	25	1,24	3,5	0,64	38,4	0,91	1,33	46,5
32,5	14,7	26,6	1,32	4,31	0,79	38,8	0,91	1,28	45,3
39	9,8	19,3	0,96	4,0	0,73	46,4	0,86	1,29	51,2

zu T a b e l l e 3 (2)

Hg, dynamische Messung

p_{Mem} [mTorr]	I_A [A]	I_{es} [mA]	j_{es} [Acm^{-2}]	$U_{Pl}-U_{Fl}$ [V]	U_e [V]	p_m [mTorr]	$\varkappa$	q	p_{mKorr} [mTorr]
39	10	19,3	0,96	3,4	0,62	52	0,85	1,29	57,1
40	4,8	9,6	0,48	3,4	0,62	50,4	0,82	1,31	54
52	11,2	23,4	1,16	3,54	0,65	58,5	0,84	1,25	61,3
52	13,9	31	1,54	4,5	0,82	70,6	0,84	1,24	73,5
67	10	25	1,24	3,1	0,56	106	0,79	1,22	103
70	10,5	25,8	1,28	3,64	0,66	81,7	0,82	1,22	82,5
70	14,6	36	1,79	2,9	0,53	100	0,815	1,18	97
87	10,1	24,2	1,21	4,31	0,79	89,5	0,805	1,236	89
90	15,2	41	2,04	3,1	0,57	138	0,79	1,1	120
91	10,1	26,1	1,3	3,44	0,63	84,5	0,81	1,22	89
113	15,3	44	2,19	3,2	0,58	199	0,78	1,17	182
114	10,0	25,4	1,27	3,49	0,64	111	0,8	1,215	108
120	10	28,5	1,42	3,1	0,57	138	0,78	1,19	128
152	10,0	26,5	1,32	3,8	0,69	140	0,78	1,2	131

Tabelle 3.3

Hg, statische Messung, I_A variabel

p_{Mem} [mTorr]	I_A [A]	I_{e_s} [mA]	I_{eGr} [mA]	j_{e_s} [Acm^{-2}]	U_e [V]	U_{Pl} [V]	U_{EGr} [V]	p_m [mTorr]	$\varkappa$	q	p_{mKorr} [mTorr]
70	2	3,9	9,9	$1,95\cdot10^{-1}$	0,73	20,4	17,8	51,2	0,78	1,34	53,6
	4	10,2	21,9	$5,08\cdot10^{-1}$	0,61	19,5	20,2	61	0,81	1,25	61,6
	5,9	15	30	$7,47\cdot10^{-1}$	0,63	19,1	21,9	60,8	0,82	1,22	60,7
	10,2	27	51	1,34	0,58	20,9	25,1	59	0,85	1,21	60,5
	14,5	38,3	71	1,9	0,65	18,1	27,1	59	0,87	1,19	61
	20	48	99	2,39	0,59	18,2	28,8	58,8	0,89	1,23	64
	4	99	22	$4,74\cdot10^{-1}$	0,59	19,2	20,8	55,4	0,81	1,26	56,5
	6	14,7	32	$7,03\cdot10^{-1}$	0,59	18,5	21,5	60,9	0,82	1,25	62,5
	10	26,7	49,6	1,28	0,64	18,5	23,2	69	0,84	1,19	69
	15,5	40	74	1,91	0,65	18,0	26,9	60,4	0,87	1,185	62,2
	20	50,3	94,6	2,4	0,65	17,7	27,7	64	0,88	1,19	66,6
24	2,8	3,4	11	$1,69\cdot10^{-1}$	0,81	23,6	26,9	17,3	0,87	1,43	21,6
	4,2	5,3	17	$2,67\cdot10^{-1}$	0,59	22,5	30	18,1	0,91	1,34	23,6
	6,0	8,2	26	$4,08\cdot10^{-1}$	0,7	27,8	30,9	20,6	0,92	1,64	24,7
	9,9	14,8	39	$7,36\cdot10^{-1}$	0,76	25,7	36,3	20,4	0,98	1,62	26,8
	14,6	18,8	46	$9,34\cdot10^{-1}$	0,76	23,9	40,1	20	1,04	1,61	24
	17,5	25,3	60,7	1,26	0,76	23,1	43,4	20,2	1,08	1,55	24,5

Tabelle 3.4

Hg, statische Messung, Sondenort variabel
x = Abstand von der Entladungsachse

p_{Mem} [mTorr]	I_A [A]	x [cm]	I_{e_s} [mA]	I_{eGr} [mA]	j_{e_s} [Acm^{-2}]	U_e [V]	U_{Pl} [V]	U_{EGr} [V]	p_m [mTorr]	κ	q	p_{mKorr} [mTorr]
70	10	9,8	1,12	4,2	$5,6\cdot10^{-2}$	0,54	15,3	16,7	34	0,78	1,51	39,8
		9,0	3,45	10	$1,7\cdot10^{-1}$	0,59	16,4	17,6	51,5	0,78	1,38	55,4
		8,0	6,7	17	$3,3\cdot10^{-1}$	0,62	17,2	18,8	59	0,79	1,32	61,5
		6,0	14,3	32	$7,1\cdot10^{-1}$	0,63	18,0	20,9	66	0,81	1,26	68
		4,0	20,3	43	1,01	0,66	18,4	22,0	68,6	0,82	1,24	70
		2,0	25,5	52	1,27	0,67	18,6	22,4	64	0,83	1,23	65
		0,6	26,2	54,4	1,3	0,696	17,6	24,5	62	0,85	1,24	64,6
13,2	3,0	9,2	0,5	2,34	$2,49\cdot10^{-2}$	0,77	22,1	28,4	5,6	0,89	1,55	8,2
		8,2	0,79	3,6	$3,93\cdot10^{-2}$	0,8	22,6	30,1	6,7	0,91	1,56	9,8
		6,2	1,4	6,3	$6,96\cdot10^{-2}$	0,795	23,3	31,5	8,2	0,92	1,38	12,1
		4,2	2,1	8,3	$1,05\cdot10^{-1}$	0,68	23,5	33,2	9,2	0,95	1,33	13,5
		2,2	2,45	9,9	$1,22\cdot10^{-1}$	0,81	24,4	33	9,7	0,94	1,29	14,1
		0,2	2,55	10,4	$1,27\cdot10^{-1}$	0,675	23,9	33,95	9,7	0,96	1,29	14,4

Tabelle 3.5

Dynamische Messungen, Hg-Entladung

p_{Mem} [mTorr]	I_A [A]	x [cm]	I_{e_s} [mA]	j_{e_s} [Acm^{-2}]	U_e [V]	$U_{Pl}-U_{Fl}$ [V]	U_{EGr} [V]	p_m [mTorr]	$\varkappa$	q	$p_{m_{Korr}}$ [mTorr]
114	10,8	0	28,7	1,43	0,54	2,96	17,7	149	0,78	1,16	135
	10,8	1	29	1,44	0,55	3,0	17,4	153	0,78	1,16	139
	10,8	2	25,4	1,26	0,57	3,15	17,6	162	0,78	1,18	149
	10,8	3	25,4	1,26	0,56	3,05	17,4	145	0,78	1,2	135
	10,8	4	23,4	1,16	0,57	3,15	17,0	150	0,775	1,2	140
	10,75	5	20,1	1,0	0,55	3,01	16,8	142	0,775	1,21	133
	10,75	6	16,2	0,8	0,52	2,86	16,1	150	0,77	1,21	139
	10,7	7	12	0,6	0,51	2,81	15,8	131	0,77	1,25	126
	10,8	8	7,4	0,37	0,54	2,96	15,1	124	0,765	1,31	124
	10,9	9	3,3	0,16	0,56	3,05	14,3	98	0,755	1,4	104
120	1,0	0	1,67	$8,3\cdot10^{-2}$	0,62	3,4	14,1	75	0,75	1,65	93
	2,0		3,76	0,19	0,56	3,1	14,8	91	0,76	1,34	93
	3,0		5,74	0,29	0,55	3,0	15,5	100	0,765	1,3	100
	4,0		8,2	0,41	0,62	3,4	16	105	0,77	1,1	90
	5,0		10,2	0,51	0,56	3,05	16,4	104	0,77	1,25	100
	10,1		21,3	1,06	0,58	3,2	16,8	146	0,775	1,18	134
	15,1		29,7	1,48	0,60	3,3	17,8	146	0,78	1,16	133
	20		41,3	2,05	0,67	3,65	18,5	154	0,79	1,15	140

zu T a b e l l e 3.5

Dynamische Messungen, Hg-Entladung

p_{Mem} [mTorr]	I_A [A]	x [cm]	I_{e_s} [mA]	j_{e_s} [Acm^{-2}]	U_e [V]	$U_{Pl}-U_{Fl}$ [V]	U_{EGr} [V]	p_m [mTorr]	κ	q	$p_{m_{Korr}}$ [mTorr]
39	14,8	0	26,6	1,32	0,56	3,1	27,5	47,5	0,88	1,26	52,5
	9,8		18,3	0,91	0,65	3,55	24,9	49,6	0,85	1,285	54,1
	4,8		9,1	0,45	0,62	3,4	21,8	46,8	0,82	1,34	51,5
	4,0		7,5	0,37	0,64	3,5	21	46,8	0,81	1,36	51,5
	3,0		5,1	0,25	0,67	3,65	19,7	46	0,80	1,4	51,5
	2,0		2,8	0,14	0,59	3,25	19,5	35,4	0,80	1,42	40
	1,0		1,25	0,062	0,61	3,35	17,8	30	0,78	1,54	36
23,5	14,5	0	20,5	1,02	0,67	3,7	33,2	28,2	0,94	1,35	35,7
	14,2	1	20	0,995	0,62	3,4	32,8	29,4	0,94	1,35	37,3
	14,1	2	18,4	0,915	0,63	3,45	32,0	29,3	0,93	1,33	36,3
	13,9	3	16,9	0,84	0,62	3,4	31,3	29,2	0,92	1,36	36,5
	13,7	4	14,8	0,74	0,60	3,3	30,3	29,2	0,91	1,375	36,5
	13,6	5	11,8	0,59	0,57	3,1	29,1	29,2	0,895	1,36	35,6
	13,5	6	9,4	0,49	0,63	3,45	27,6	28,8	0,88	1,37	34,6
	13,5	7	7,5	0,37	0,59	3,25	25,9	28,7	0,86	1,43	35,7
	13,4	8	5,3	0,26	0,58	3,2	24,2	28,5	0,84	1,49	35,7
	13,4	9	2,9	0,14	0,60	3,3	21,7	27,2	0,82	1,51	33,6

zu Tabelle 3.5

p_{Mem} [mTorr]	I_A [A]	x [cm]	I_{e_s} [mA]	j_{e_s} [Acm^{-2}]	U_e [V]	$U_{Pl}-U_{Fl}$ [V]	U_{EGr} [V]	p_m [mTorr]	$\varkappa$	q	$p_{m_{Korr}}$ [mTorr]
70	11,1	0	27,9	1,39	0,42	2,3	22,0	85	0,82	1,29	90
	11,2	1	27,6	1,37	0,42	2,3	21,3	92	0,81	1,22	91
	11,2	2	25,9	1,29	0,42	2,3	20,9	93,5	0,81	1,18	90
	11,2	3	23,8	1,18	0,38	2,1	20,9	95,4	0,81	1,23	95,4
	11,2	4	21	1,05	0,38	2,1	20,1	95	0,805	1,23	94,5
	11,2	5	17,9	0,89	0,35	1,9	20,0	89,7	0,805	1,23	89
	11,2	6	13,8	0,69	0,35	1,9	19,2	88,7	0,795	1.26	89
	11,2	7	10,3	0,51	0,38	2,1	18,5	86,3	0,79	1,24	84,6
	11,2	8	6,2	0,31	0,31	1,7	17,4	82,5	0,78	1,26	81
	11,4	9	3,6	0,18	0,38	2,1	15,3	107	0,765	1,33	108
	11,3	9,7	3,2	0,16	0,35	1,9	14,8	99	0,76	1,39	104
40	11,2	2	19,4	0,97	0,60	3,3	26,1	46,3	0,86	1,32	53,1
	11,2	3	17,6	0,88	0,59	3,25	25,9	44,4	0,86	1,29	49,4
	11,2	4	16	0,8	0,60	3,3	24,4	44,1	0,84	1,31	48,6
	11,2	5	13,3	0,66	0,65	3,54	24,3	40,3	0,84	1,31	44,5
	11,2	6	10,9	0,54	0,69	3,79	23,1	49,5	0,83	1,33	54,6
	11,1	7	8,3	0,41	0,66	3,6	21,8	45	0,82	1,3	48
	15,3	8	7,17	0,36	0,47	2,59	20	55	0,81	1,3	57,4
	15,6	9	3,7	0,19	0,55	2,99	18,1	49,4	0,79	1,4	44,2

Tabelle 4

Ne, statische Messung

p_{Mem} [mTorr]	I_A [A]	I_{e_s} [mA]	I_{eGr} [mA]	j_{e_s} [Acm^{-2}]	j_{i_s} [Acm^{-2}]	U_e [V]	U_{Pl} [V]	U_{Fl} [V]	U_{EGr} [V]	p_m [mTorr]	$\varkappa$	q	$p_{m_{Korr}}$ [mTorr]
101	1,0	2,08	24	$1 \cdot 10^{-1}$	$1,77 \cdot 10^{-3}$	3,6	49	33,25	91	48,4	0,98	2,4	112,5
58	1,0	1,07	8,5	$4,6 \cdot 10^{-2}$	$9,1 \cdot 10^{-4}$	3,4	50,7	36	111	25,2	1,03	2,0	51,6
58	1,0	1,23	8,5	$5,3 \cdot 10^{-2}$	$9,1 \cdot 10^{-4}$	3,4	55,6	36	106	26	1,02	1,94	52,3
73	1,0	1,77	12	$7,6 \cdot 10^{-2}$	$1,5 \cdot 10^{-3}$	3,7	50,2	34,3	107	32,5	1,02	1,93	64
146	1,05	2,18	13	$9,4 \cdot 10^{-2}$	$2,4 \cdot 10^{-3}$	2,6	47,7	36,5	73	71,5	0,93	1,8	121
146	1,05	2,5	13	$1,1 \cdot 10^{-1}$	$2,4 \cdot 10^{-3}$	3,6	52,1	36,5	69	76	0,91	1,7	120
87	1,05	2,03	13	$8,8 \cdot 10^{-2}$	$1,5 \cdot 10^{-3}$	3,7	50	34	98	42,5	1,0	1,88	79,6
62	0,92	1,3	12	$5,6 \cdot 10^{-3}$	$1,2 \cdot 10^{-3}$	4,4	42,2	33,3	124	20,4	1,07	2,2	47
121	1,0	2,23	12	$9,65 \cdot 10^{-2}$	$1,5 \cdot 10^{-3}$	3,3	49,1	34,8	78	63,5	0,94	1,75	105
121	1,0	2,48	12	$1,07 \cdot 10^{-1}$	$1,5 \cdot 10^{-3}$	6,75	52,9	34,8	74	69	0,93	1,68	108
95	1,0	1,7	12,5	$7,35 \cdot 10^{-2}$	$1,5 \cdot 10^{-3}$	3,6	50	34,3	89	43	0,98	2,0	84
44,6	1,0	1,12	11,5	$4,85 \cdot 10^{-2}$	$9,5 \cdot 10^{-4}$	4,3	45	36,5	150	14,9	1,15	2,3	39
55,5	1,0	1,0	9	$4,33 \cdot 10^{-2}$	$9,7 \cdot 10^{-4}$	3,6	53	37,5	107	24,6	1,02	2,2	54

Tabelle 5

A ,statische Messung

p_{Mem} [mTorr]	I_A [A]	I_{es} [mA]	I_{eGr} [mA]	j_{es} [Acm^{-2}]	I_{is} [A]	U_e [V]	U_{Pl} [V]	U_{Fl} [V]	U [V]	p_m [mTorr]	$\varkappa$	q	$p_{m_{Korr}}$ [mTorr]
33	1,3	3,15	11	$1,4\cdot10^{-1}$	40	3,4	46	30	31,1	32,6	1,06	1,55	54
33	1,3	3,15	11	$1,4\cdot10^{-1}$	40	3,4	46	30	27,1	43	1,03	1,55	69
33	1,3	2,5	11	$1,1\cdot10^{-1}$	40	3,0	41	30	36,2	32,4	1,09	1,625	57
33	1,3	2,5	11	$1,1\cdot10^{-1}$	40	3,0	41	30	32,2	40	1,065	1,625	69,5
66	1,0	2,4	12	$1,0\cdot10^{-2}$	42	2,2	33	25	30,6	51	1,06	1,71	97
13,8	1,0	1,0	9	$4,5\cdot10^{-2}$	21	3,8	37	23	55,7	9,4	1,2	2,14	24,2
13,8	1,0	0,9	9	$4\cdot10^{-2}$	21	2,7	35	23	57,6	8,1	1,21	2,24	22
13,8	1,0	0,9	9	$4\cdot10^{-2}$	21	2,7	35	23	52,1	10,2	1,18	2,24	27
5,8	1,0	1,6	10	$4,7\cdot10^{-2}$	17	4,5	41	22	136,7	2,27	1,73	1,875	7,4
5,8	1,0	1,6	10	$4,7\cdot10^{-2}$	17	4,5	41	22	127,7	2,55	1,66	1,875	8,0
87	1,0	1,0	7	$4,5\cdot10^{-2}$	18	4,4	41	25	91,7	4,0	1,42	1,92	11
87	1,0	1,0	7	$4,5\cdot10^{-2}$	18	4,4	41	25	73,5	5,6	1,3	1,92	14
6,6	1,2	1,27	11	$5,5\cdot10^{-2}$	24	4,3	39	24	117,6	3,12	1,59	2,18	10,8
6,6	1,2	1,27	11	$5,5\cdot10^{-2}$	24	4,3	39	24	127,1	2,78	1,66	2,18	10
88,5	1,0	1,9	9	$8,2\cdot10^{-1}$	50	2,25	37,5		24,7	77	1,02	1,67	131
88,5	1,0	3,1	9	$1,3\cdot10^{-1}$	50	4,8	43		19,4	113	0,995	1,39	157
39	1,1	2,9	12	$1,2\cdot10^{-1}$	39,5	2,3	36		34,3	41	1,08	1,6	71
39	1,1	3,8	12	$1,7\cdot10^{-2}$	65	5,2	41		28,8	46	1,045	1,45	70
6,4	1,0	0,93	18,5	$4\cdot10^{-2}$	11	4,8	43		121,4	2,46	1,62	3,02	12
13,7	1,0	1,1	2,2	$4,9\cdot10^{-2}$	14	3,2	38		60,6	8,38	1,23	1,21	12,5
24,9	1,0	1,6	18,5	$6,8\cdot10^{-1}$	22	2,7	37		39,8	23,2	1,12	2,42	64,5
55	1,0	2,4	18,5	$1\cdot10^{-1}$	30	2,5	41,5		29,7	49,4	1,05	2,04	106
44	0,22	0,4	1,6	$1,7\cdot10^{-2}$	6,9	3,7	47		22	39,6	1,01	1,57	62
56	1,0	3,8	11,5	$1,6\cdot10^{-1}$	35	5,5	41	26	25,6	55	1,025	1,4	79
56	1,0	2,7	11,5	$1,2\cdot10^{-1}$	35	2,2	35	26	31,8	51	1,07	1,55	84

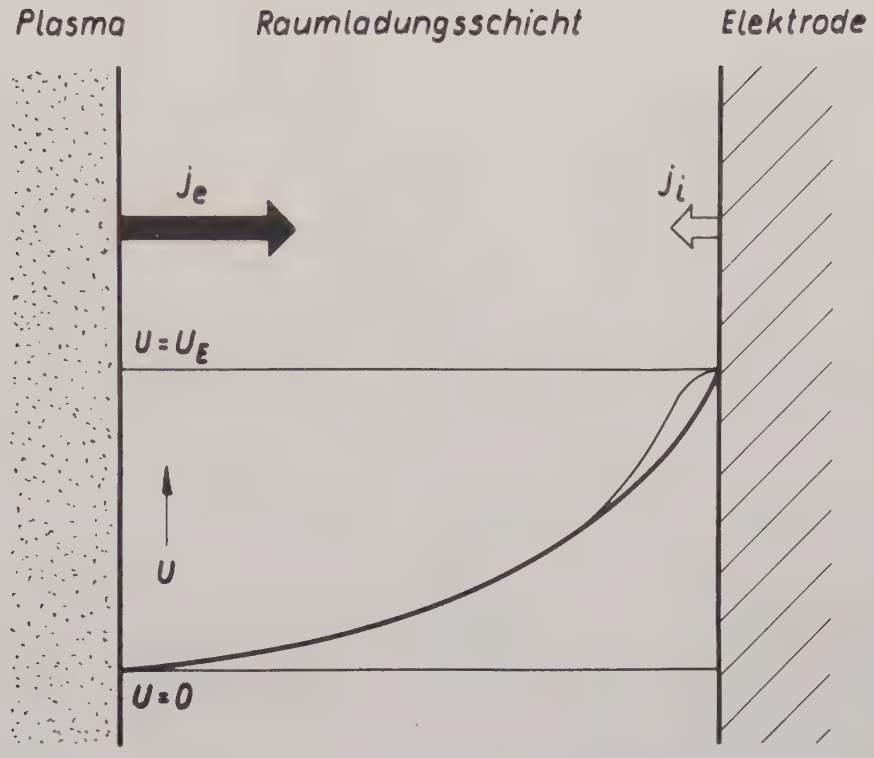


Bild 1. Schema der Raumladungsschicht einer ebenen, gegen Plasma positiv vorgespannten Elektrode.

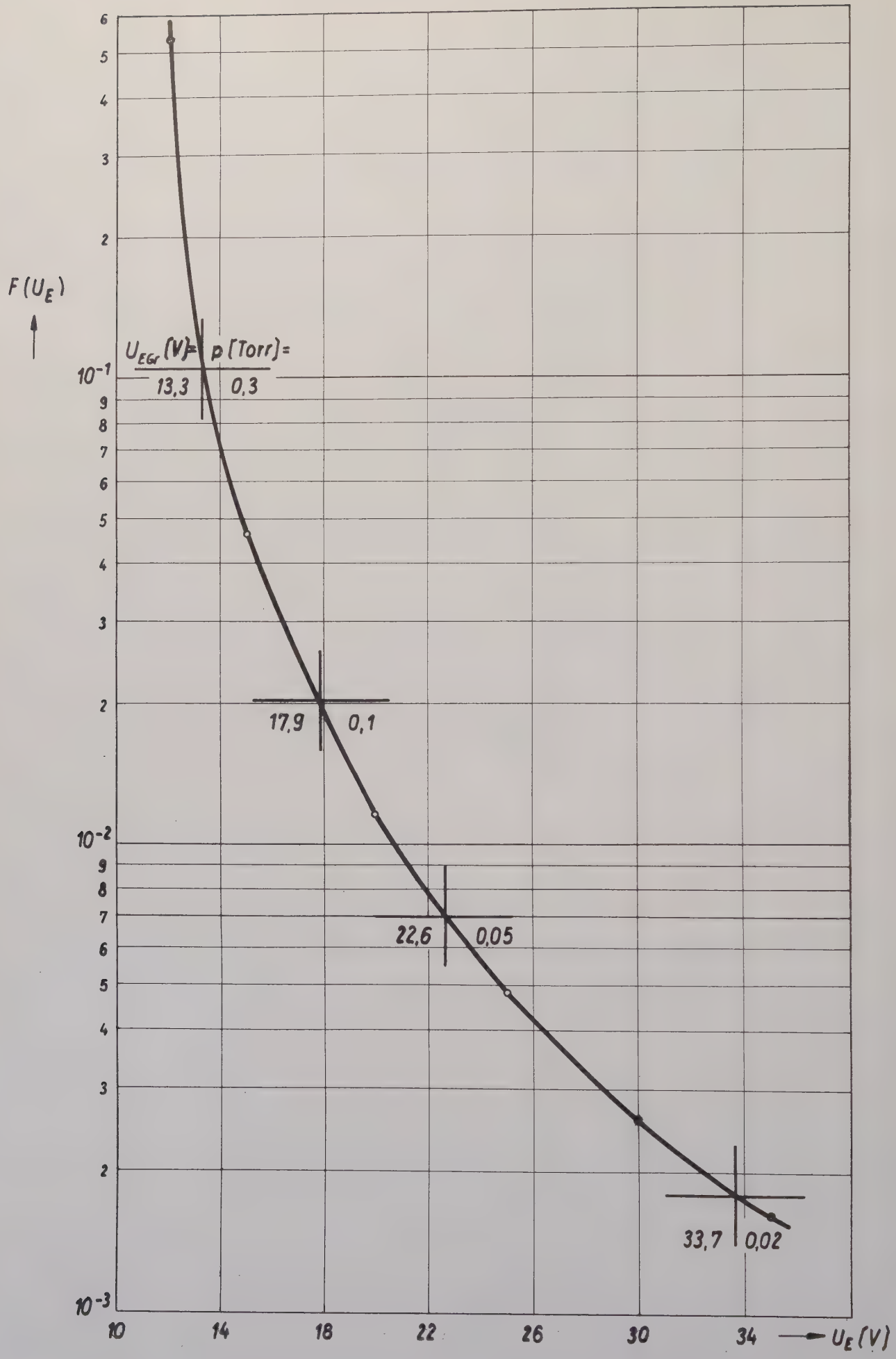


Bild 2. Grafische Darstellung der Ungleichung (31).

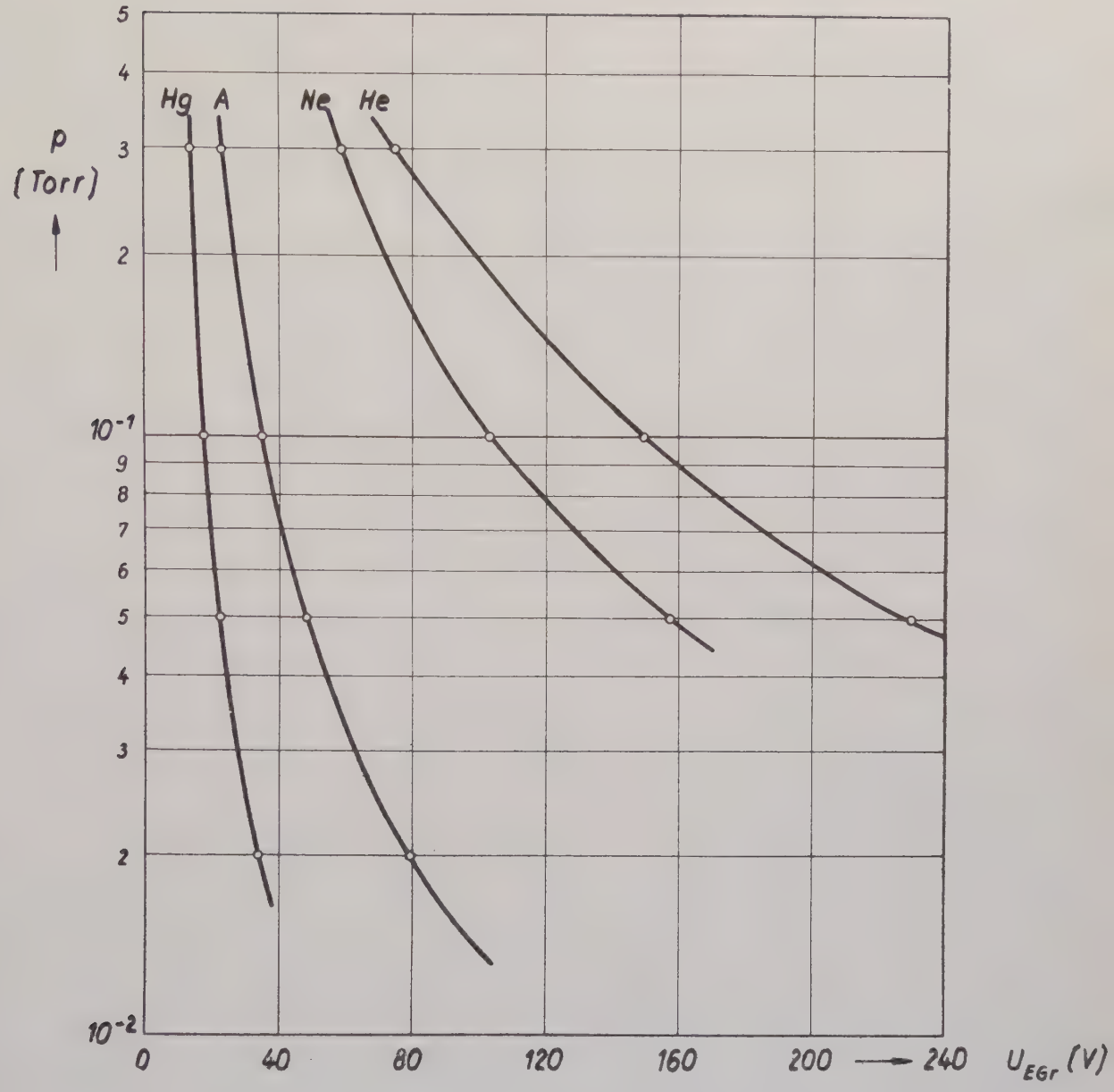


Bild 3. Grafische Darstellung der Gasdichte p als Funktion des Grenzpotentials U_{EGr} für ein beispielsweise vorgegebenes Wertepaar:
U_{em} = 1 V und j_{es} = 5 $1o^{3}$ $[Am^{-2}]$, und verschiedene Entladungsgase.

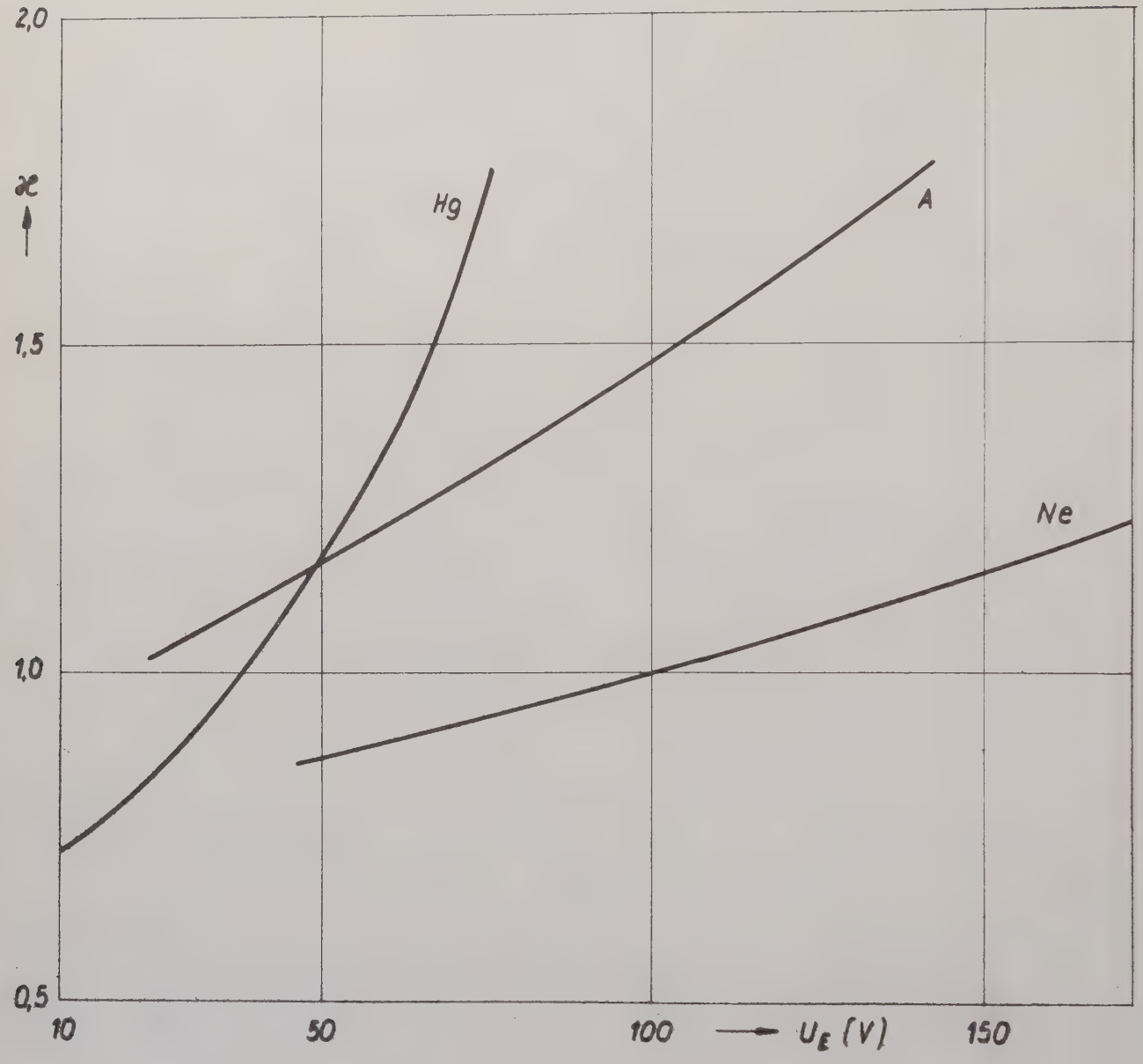


Bild 4. Korrekturfaktor $\varkappa$ als Fuktion der Sondenspannung zur Korrektur der linearisierten Ionisierungs-funktion.

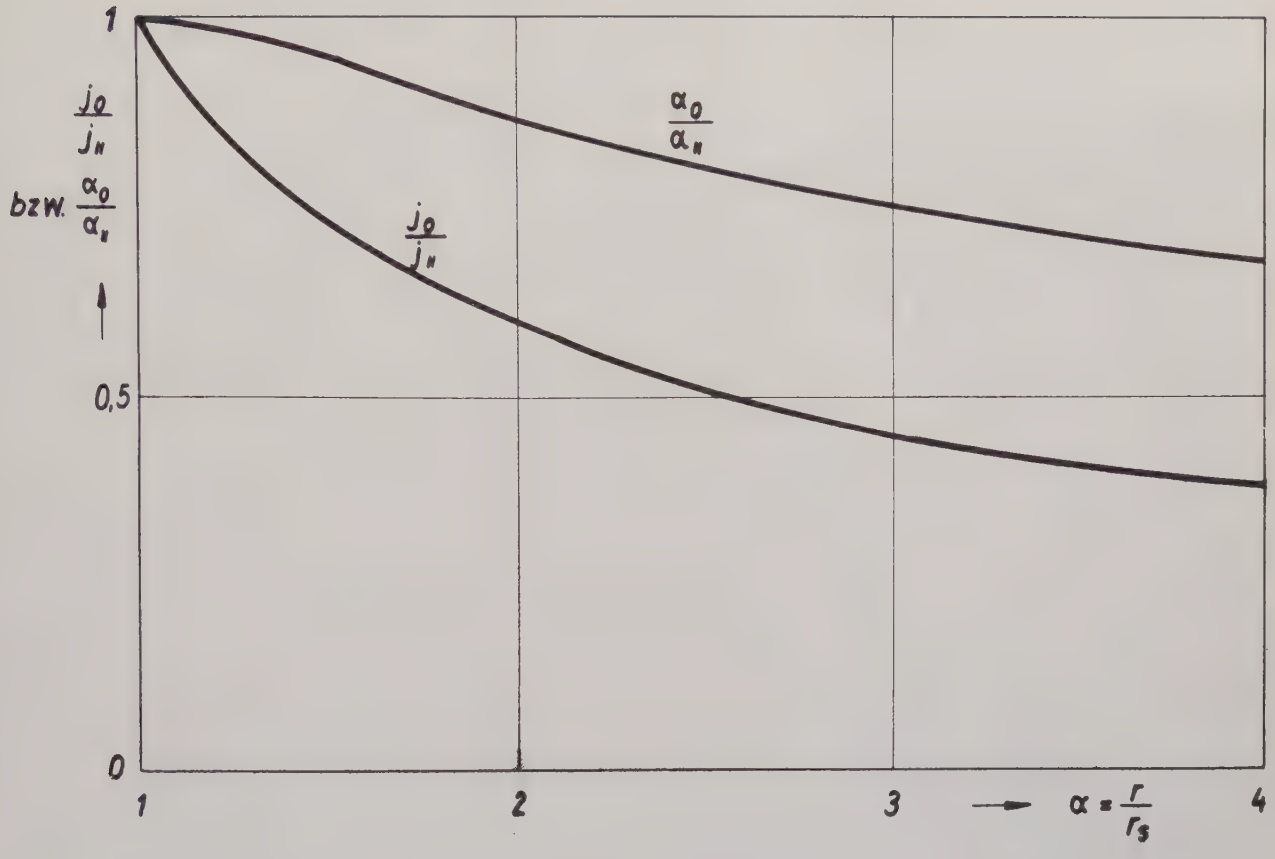


Bild 5. Vergleich des zylindersymmetrischen (Index o) und und des ebenen (Index ∥) Ansatzes für die Elektronenraumladungsschicht einer kreiszylindrischen Elektrode nach Langmuir-Blodgett.

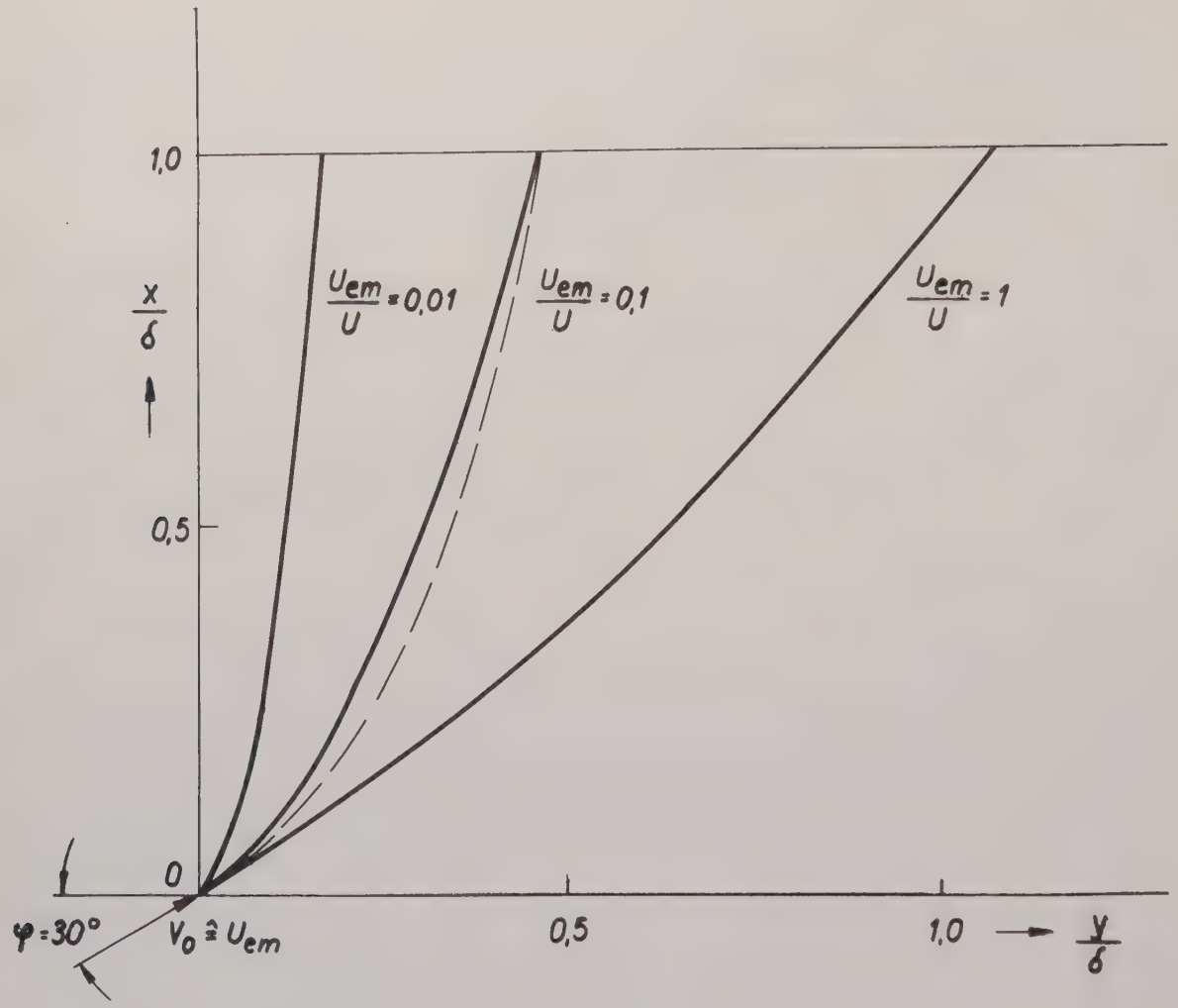


Bild 6. Elektronenbahnen im homogenen elektrischen Feld für einen Einschußwinkel $\varphi = 30^{\circ}$ und verschiedene relative Anfangsgeschwindigkeiten U_{em}/U .

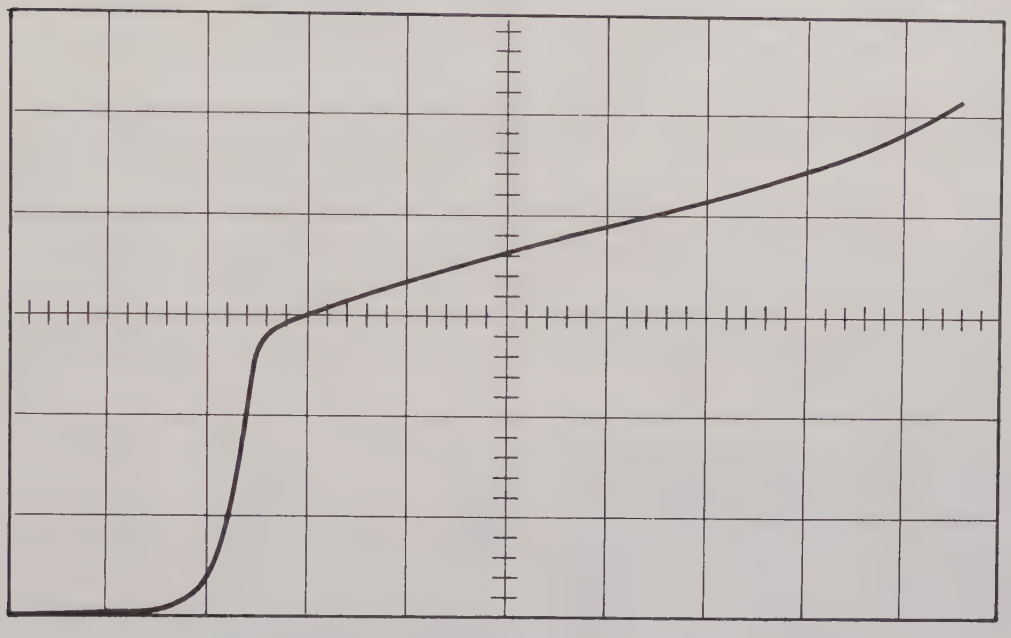


Bild 7 Kennlinie einer Zylindersonde,
aufgenommen mit einem Kathodenstrahlkennlinienschreiber

T_W = 90° C U_{EGr} = 18 V

I_A = 10 A $U_{Pl}-U_{Fl}$ = 3,1 V

I_{es} = 28,5 mA

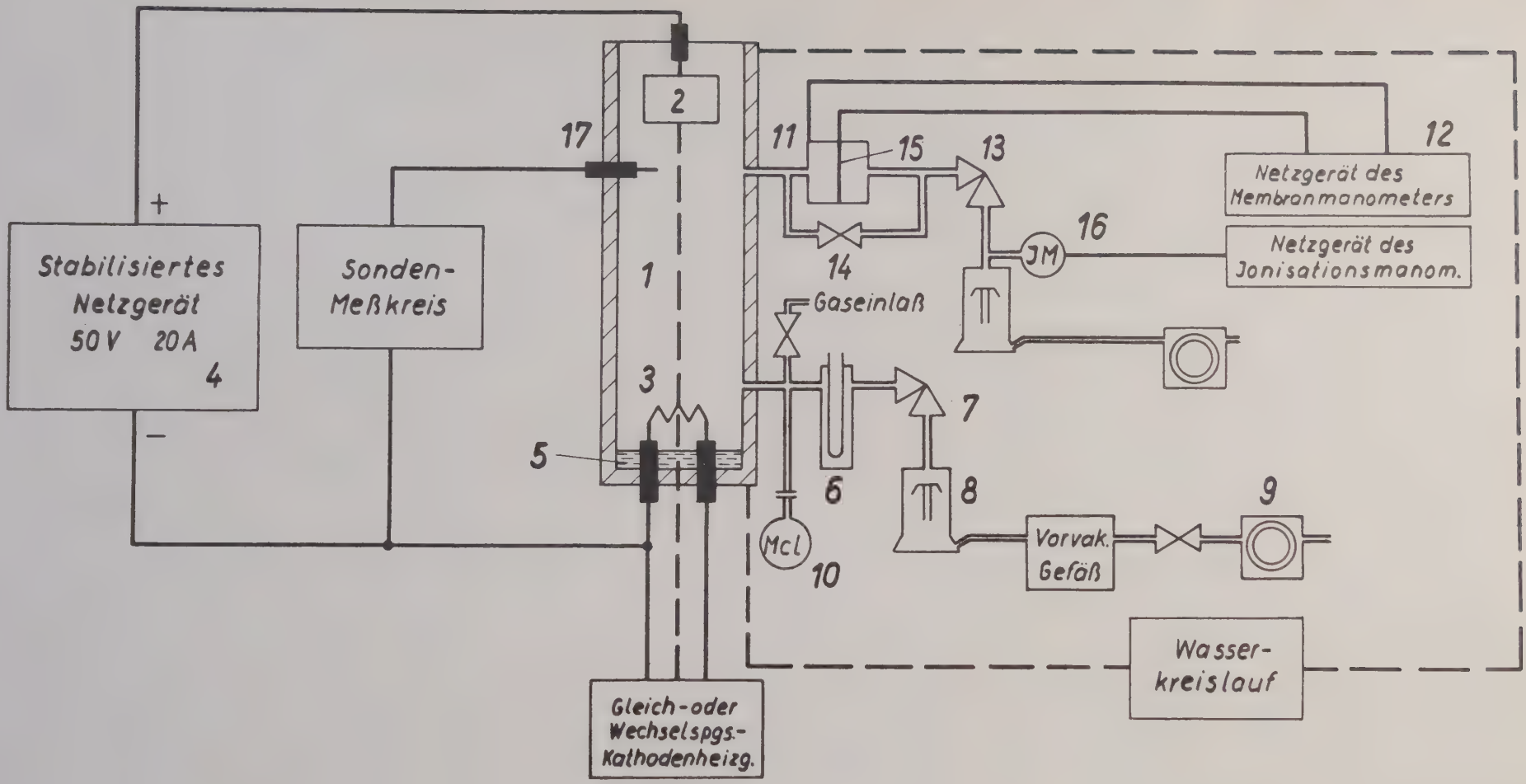


Bild 8 Schema der Apparatur für Messungen in Quecksilberdampfentladung.
Erklärungen im Text.

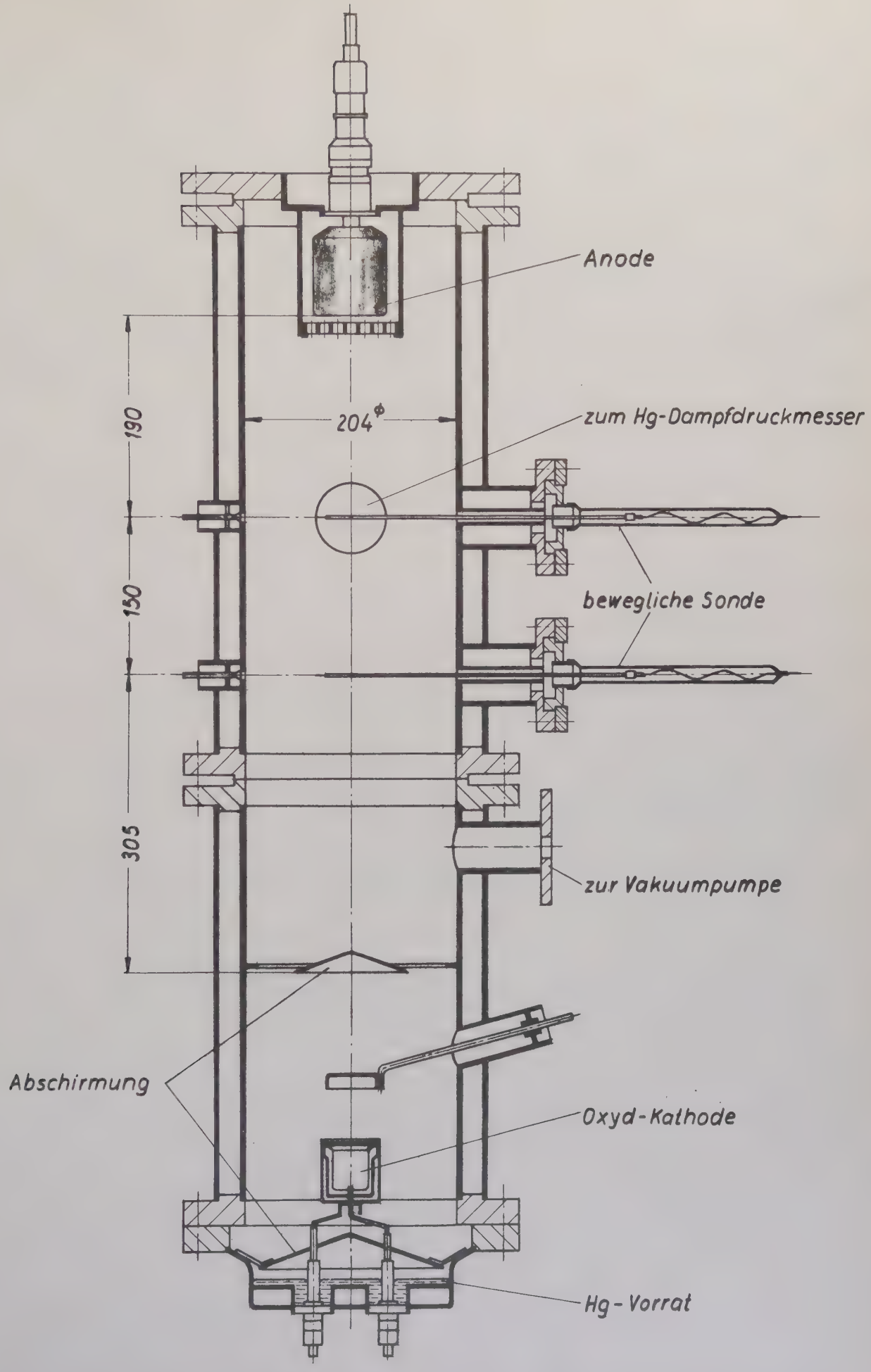


Bild 9. Vereinfachte Konstruktionszeichnung der Pos.1, Bild 8

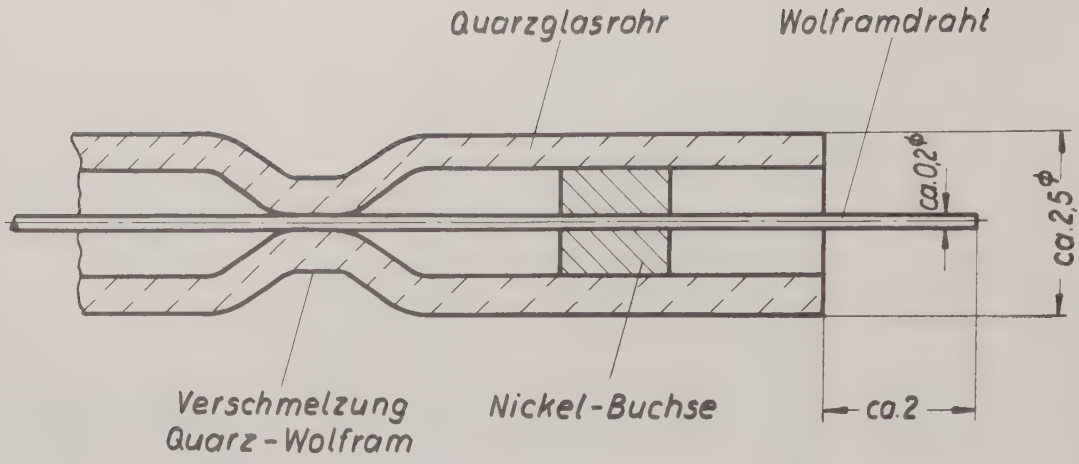


Bild 9a. Schematische Darstellung einer Zylindersonde.

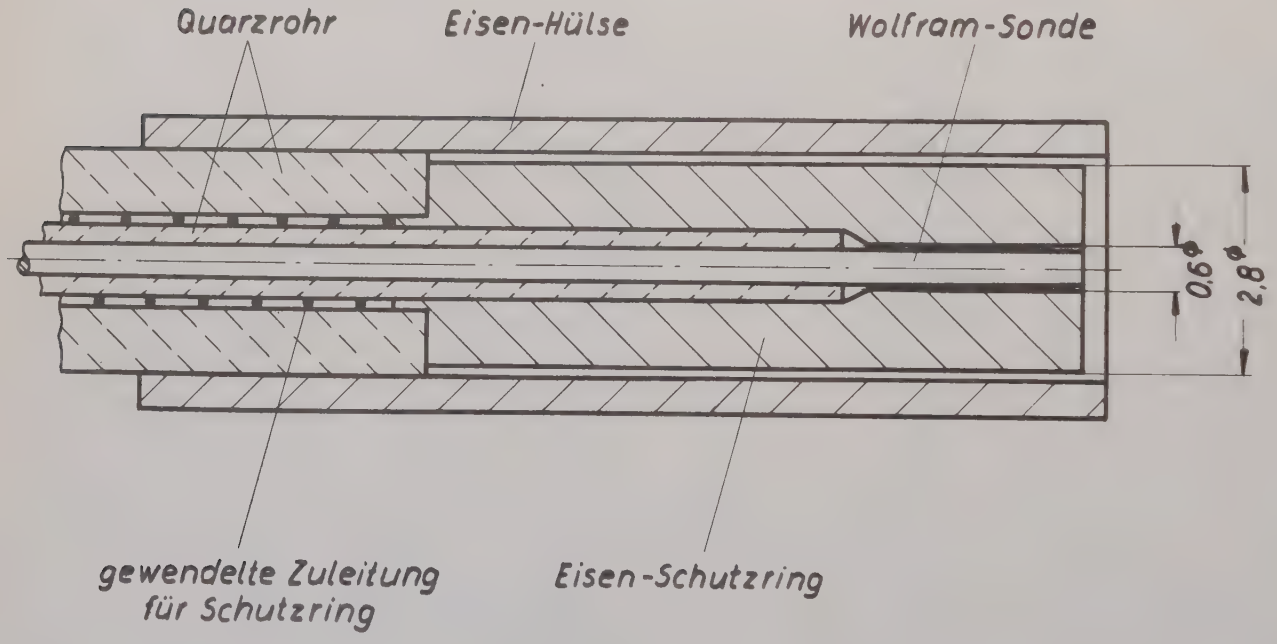
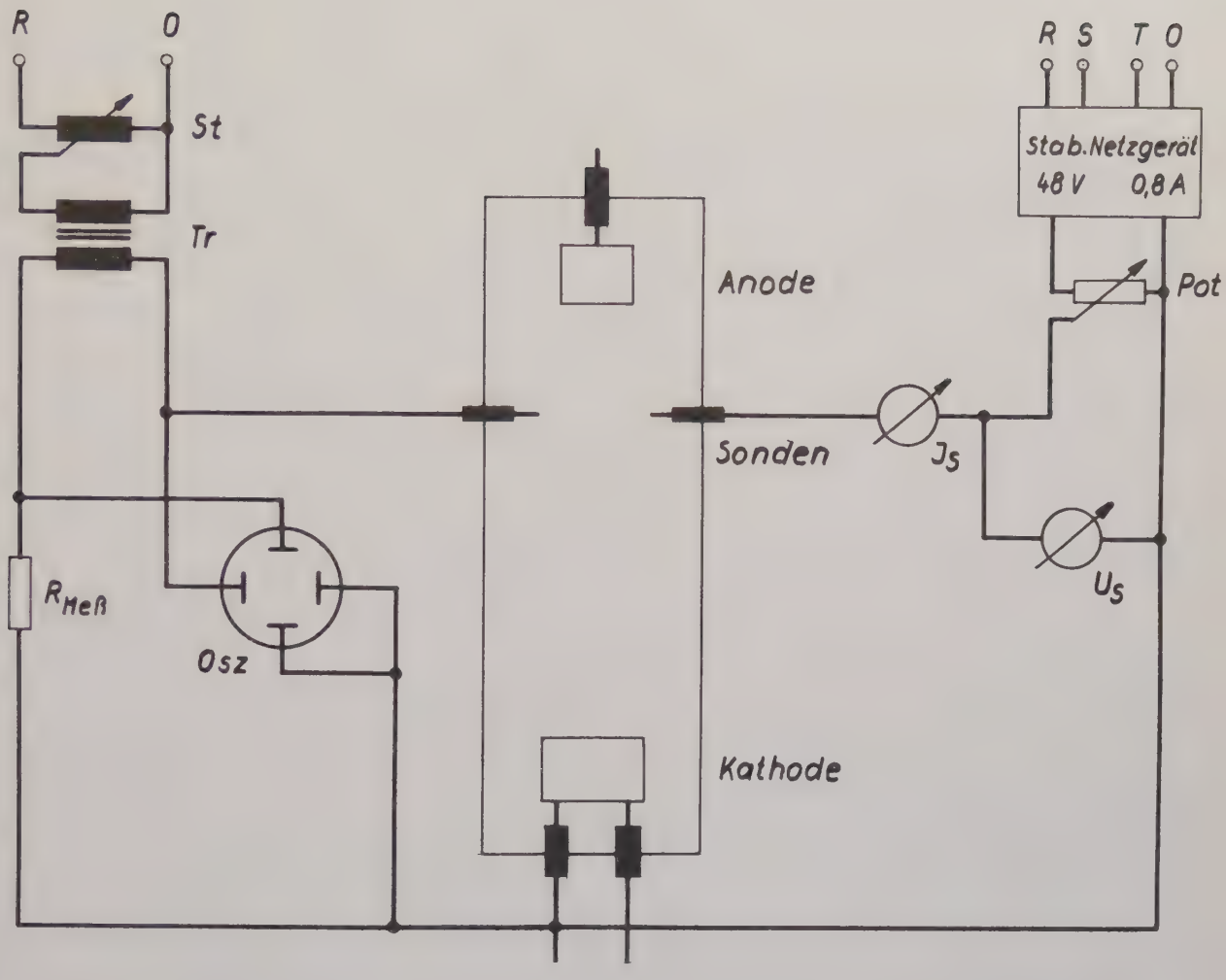


Bild 9b. Schematische Darstellung einer ebenen Schutzring-sonde (Erläuterungen im Text).



St	Stelltrafo	Pot	Potentiometer
Tr	Transformator	I_s	Sondenstrommessg.
$R_{Meß}$	Meßwiderstand	U_s	Sondenspannungs-messung
Osz	Kennlinienschreiber		

Bild 1o. Schema der Sondenmeßkreise für dynamische Messungen mit Wechselspannung von 5o Hz und statische Messungen mit Gleichspannung.

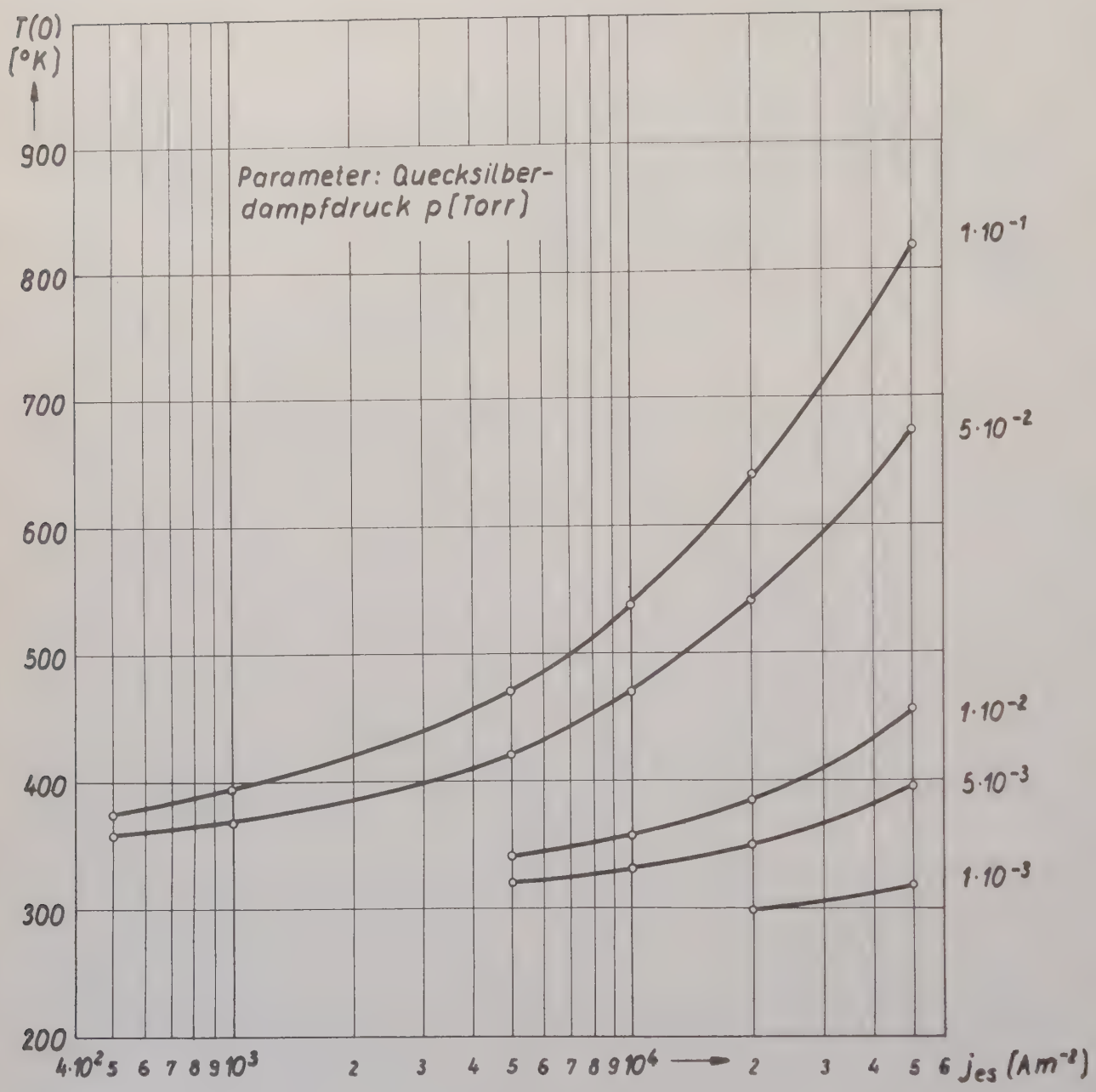


Bild 11. Neutralgaserwärmung auf der Achse einer Quecksilberdampfentladung im Entladungsgefäß nach Bild 9 in Abhängigkeit von der Elektronensättigungsstromdichte einer Sonde am gleichen Ort.

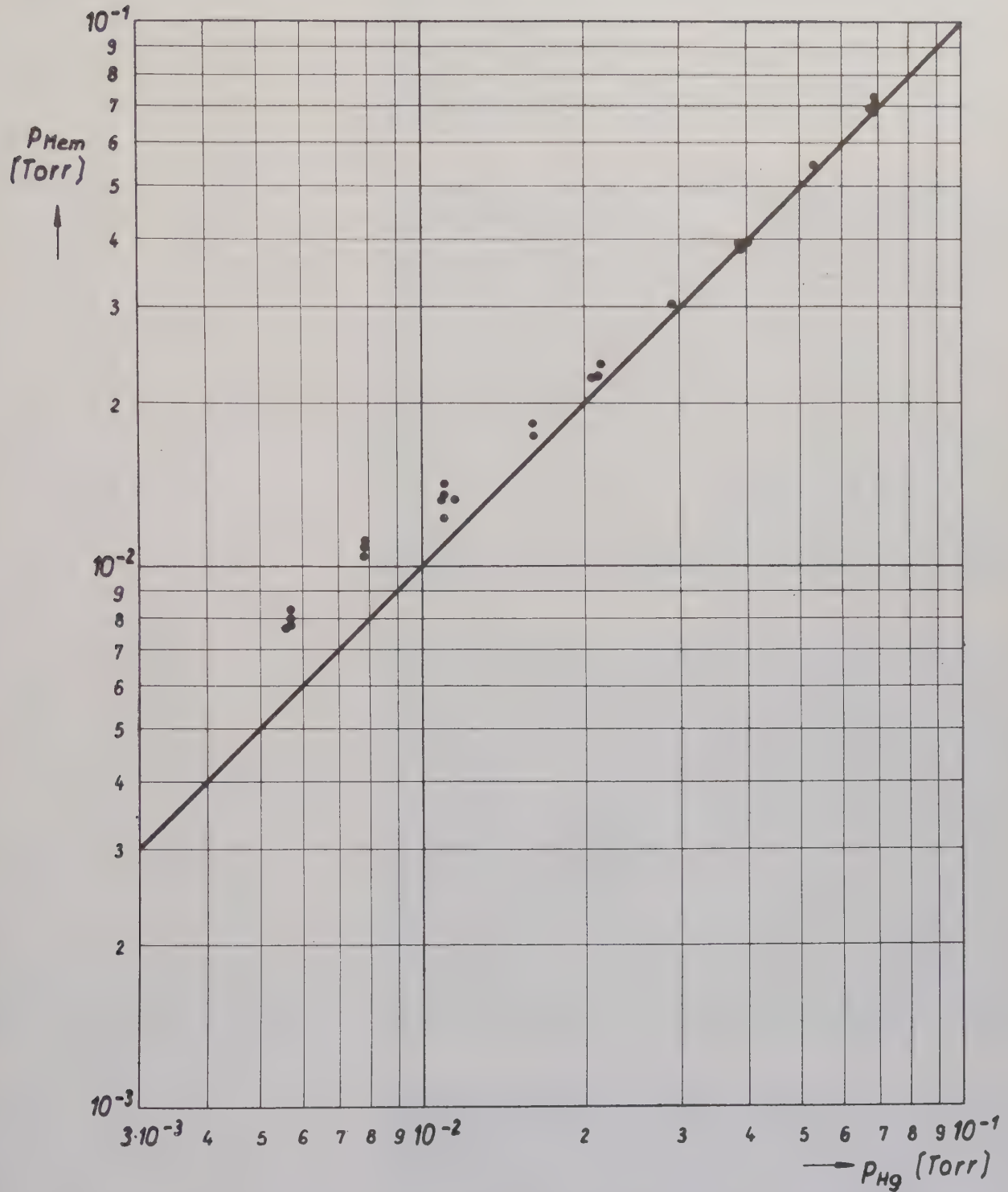
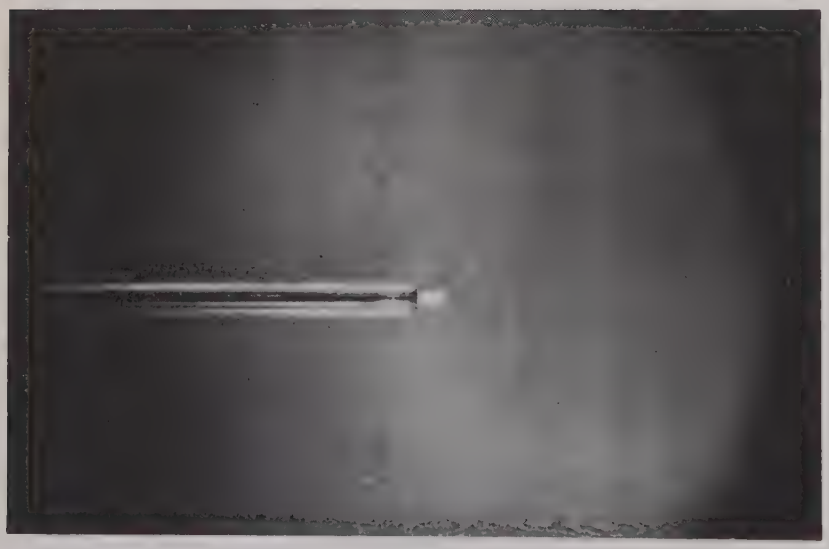


Bild 12. Mit dem Membranmanometer gemessener Quecksilberdampfdruck p_{Mem} als Funktion der Quecksilbersattdampfdichte p_{Hg}

1

2



3

4

Bild 13

Eine Zylindersonde in einer Quecksilberdampfentladung bei verschiedenen positiven Sondenpotentialen.

$T_w = 40\ ^\circ C$ $I_A = 2\ A$

1 $U_E = 6\ V$

2 $U_E = 11\ V$

3 $U_E = 17\ V$

4 $U_E = 24{,}5\ V = U_{EGr}$

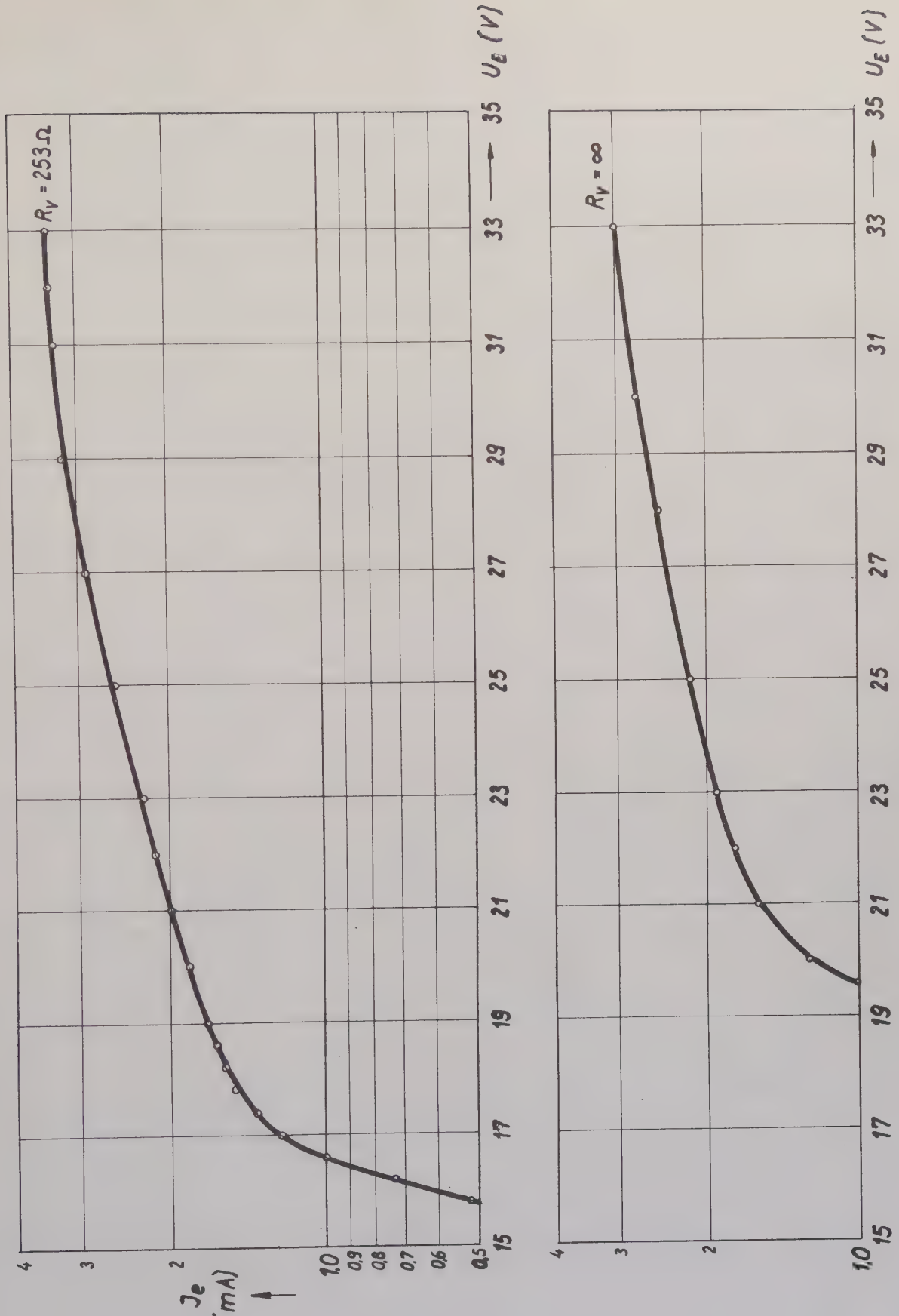


Bild 14a. Elektronensättigungsast der Kennlinie einer ebenen Schutzringsonde für verschiedene Werte des Widerstandes R_V zwischen Schutzring und Sonde.

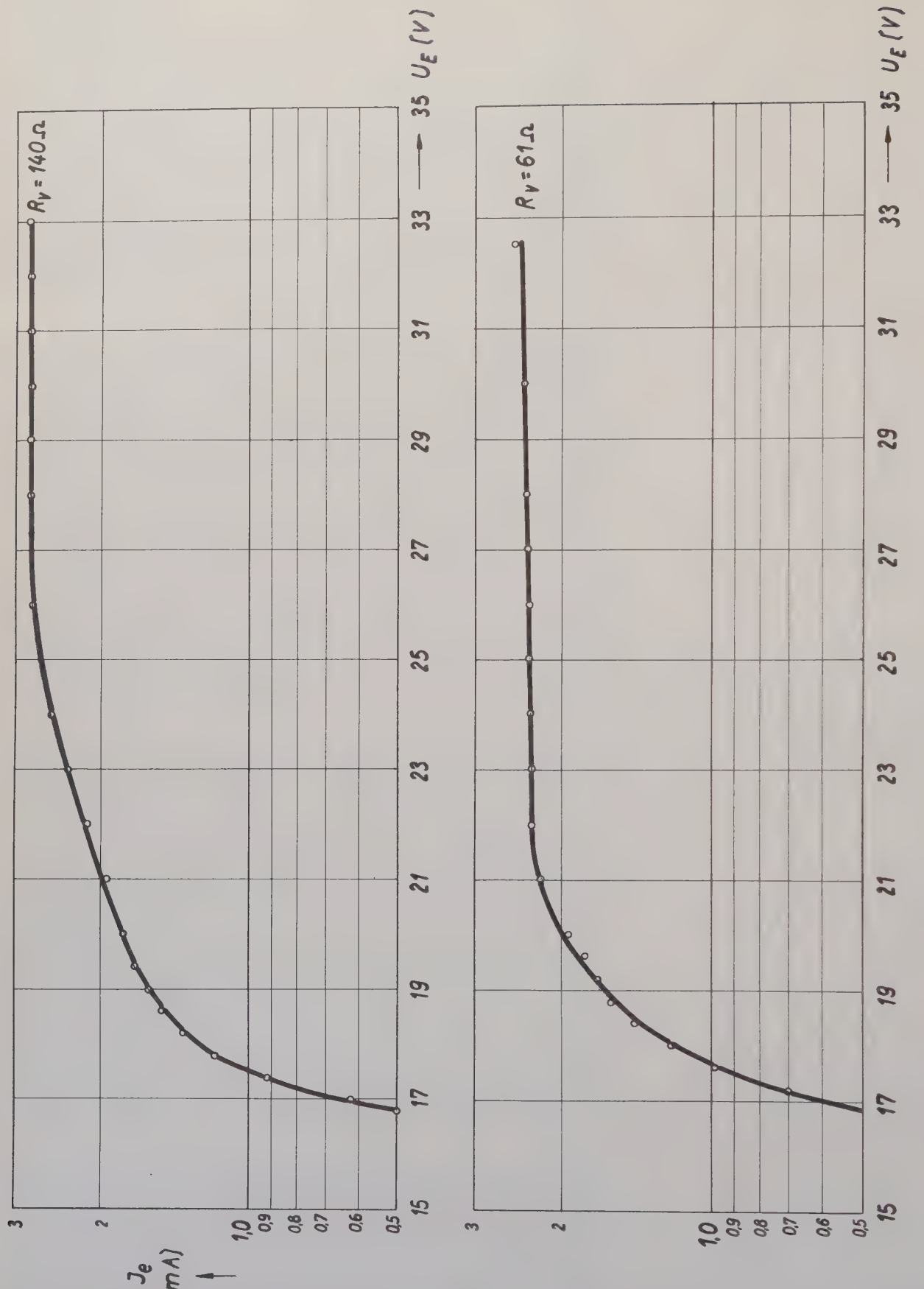


Bild 14b. Elektronensättigungsast der Kennlinie einer ebenen Schutzringsonde für verschiedene Werte des Widerstandes R_V zwischen Schutzring und Sonde.

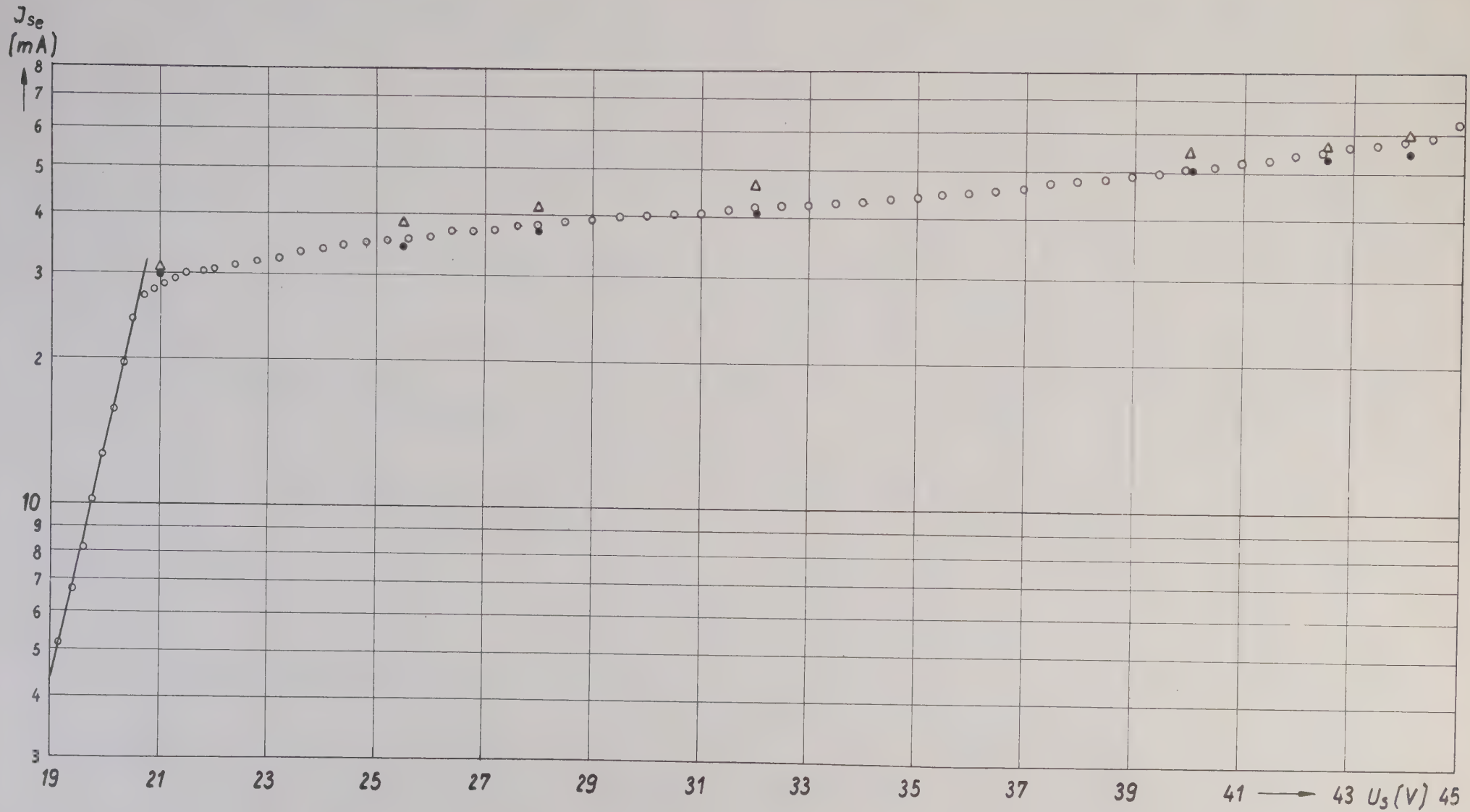


Bild 15 Elektronensättigungsast der Kennlinie einer Zylindersonde

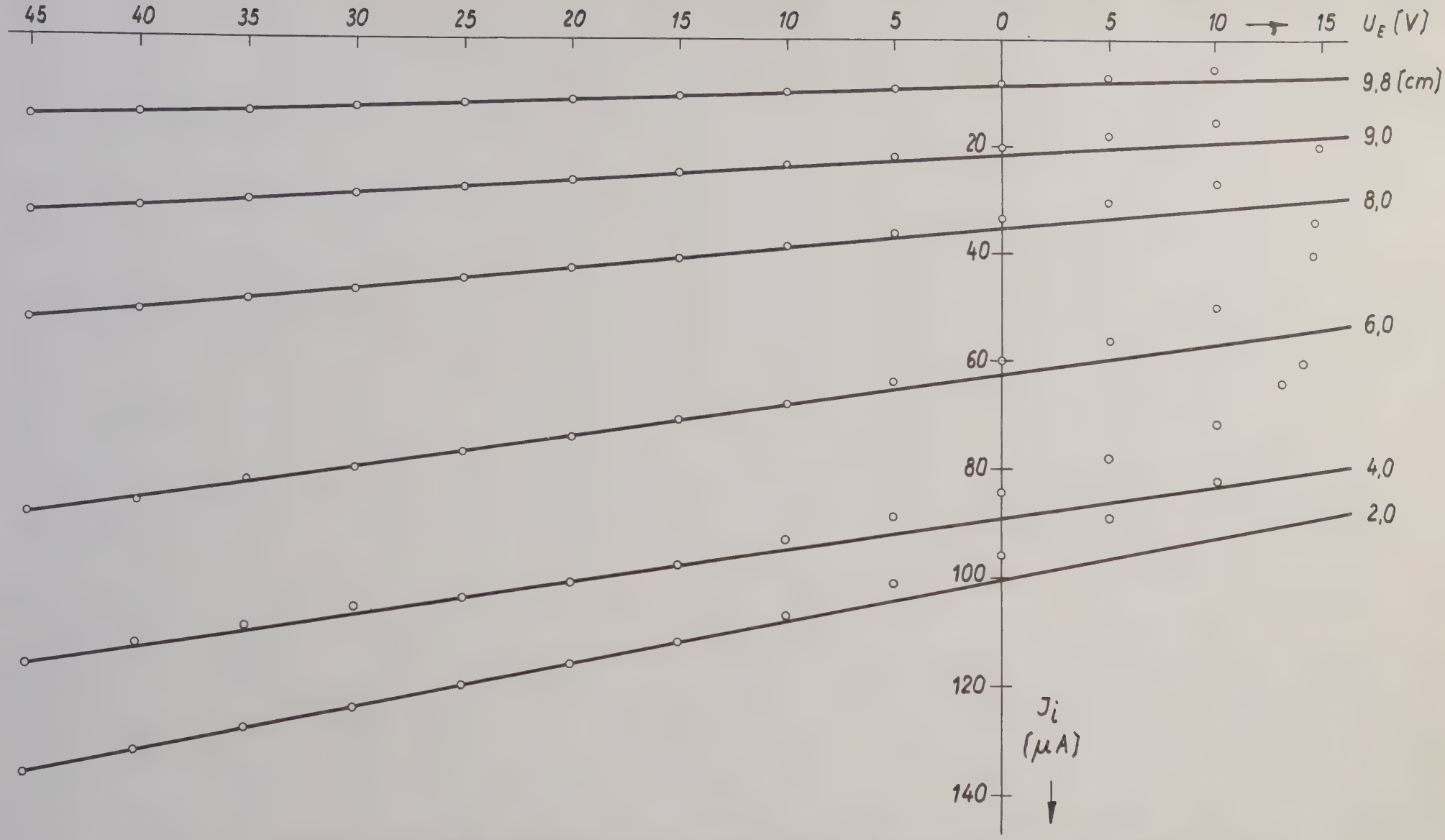


Bild 16 Ionensättigungsast einer Kennlinienschar für verschiedene Entfernungen der Sonde von der Entladungsachse.

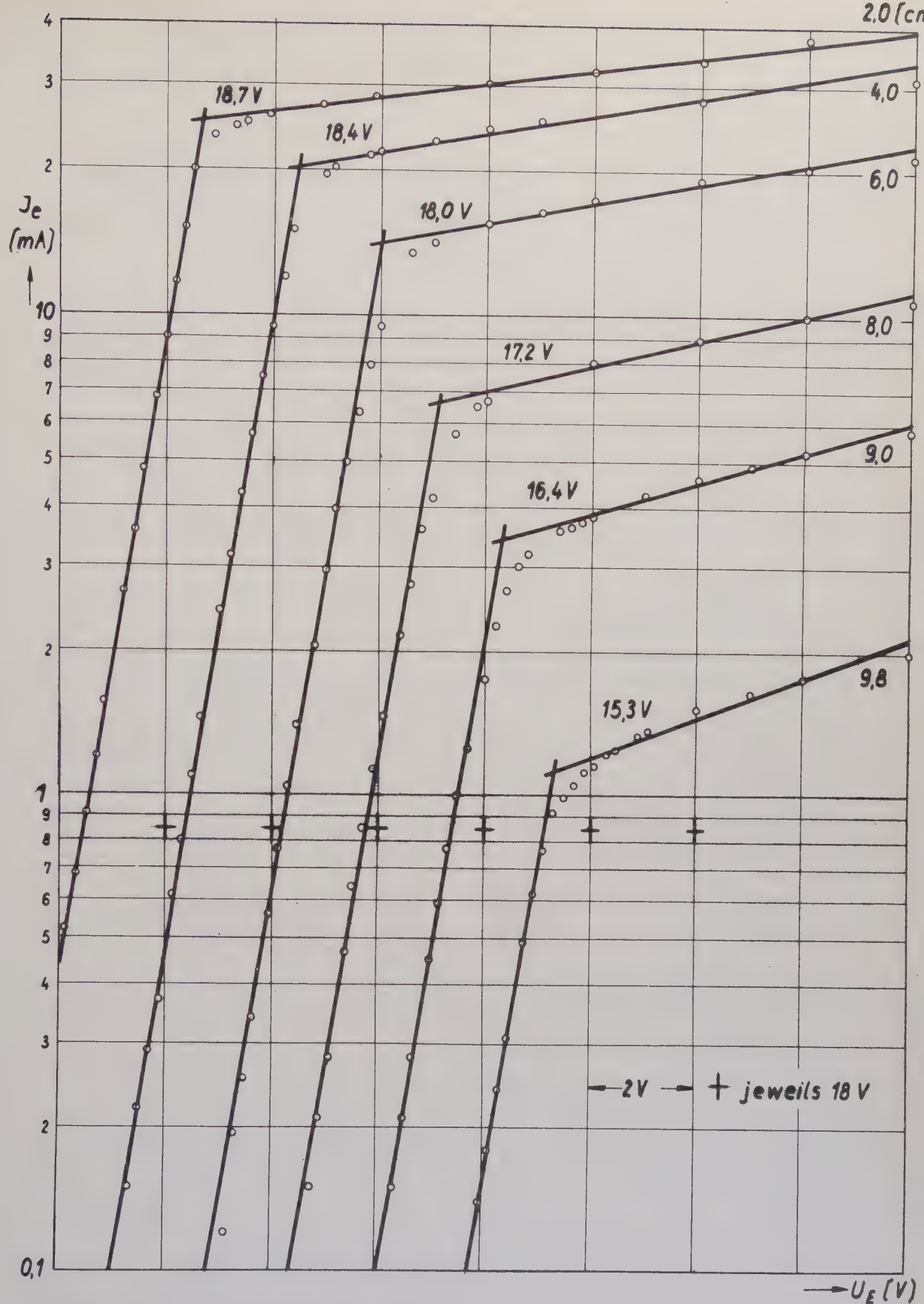


Bild 17. Elektronenast einer Kennlinienschar für verschiedene Entfernungen einer Zylindersonde von der Entladungsachse.

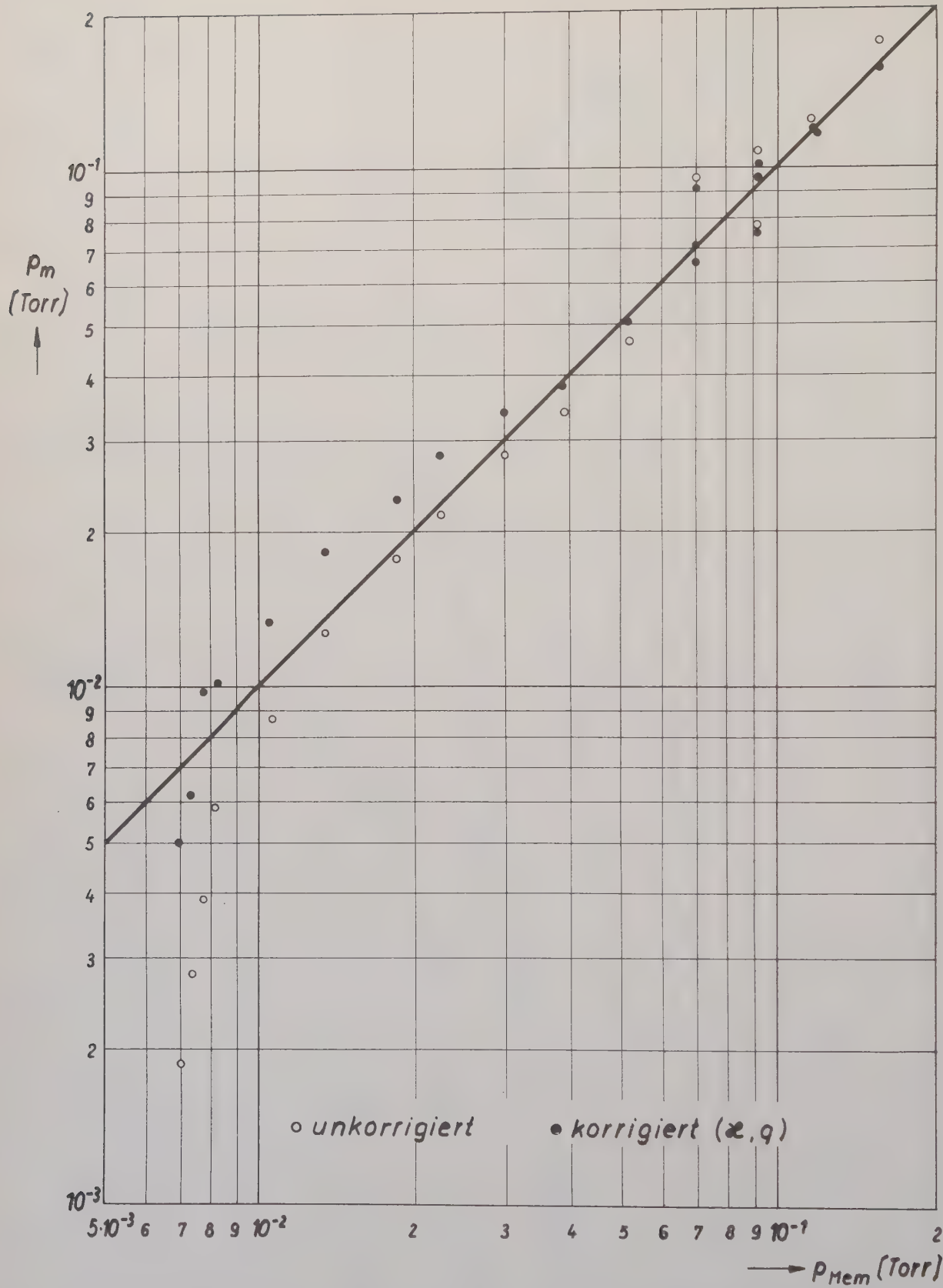


Bild 18. Der aus statisch gemessenen Plasmadaten einer Hg-Entladung nach Gleichung (34a) errechnete Gasdruck p_m als Funktion der reduzierten Anzeige des Membranmanometers p_{Mem}

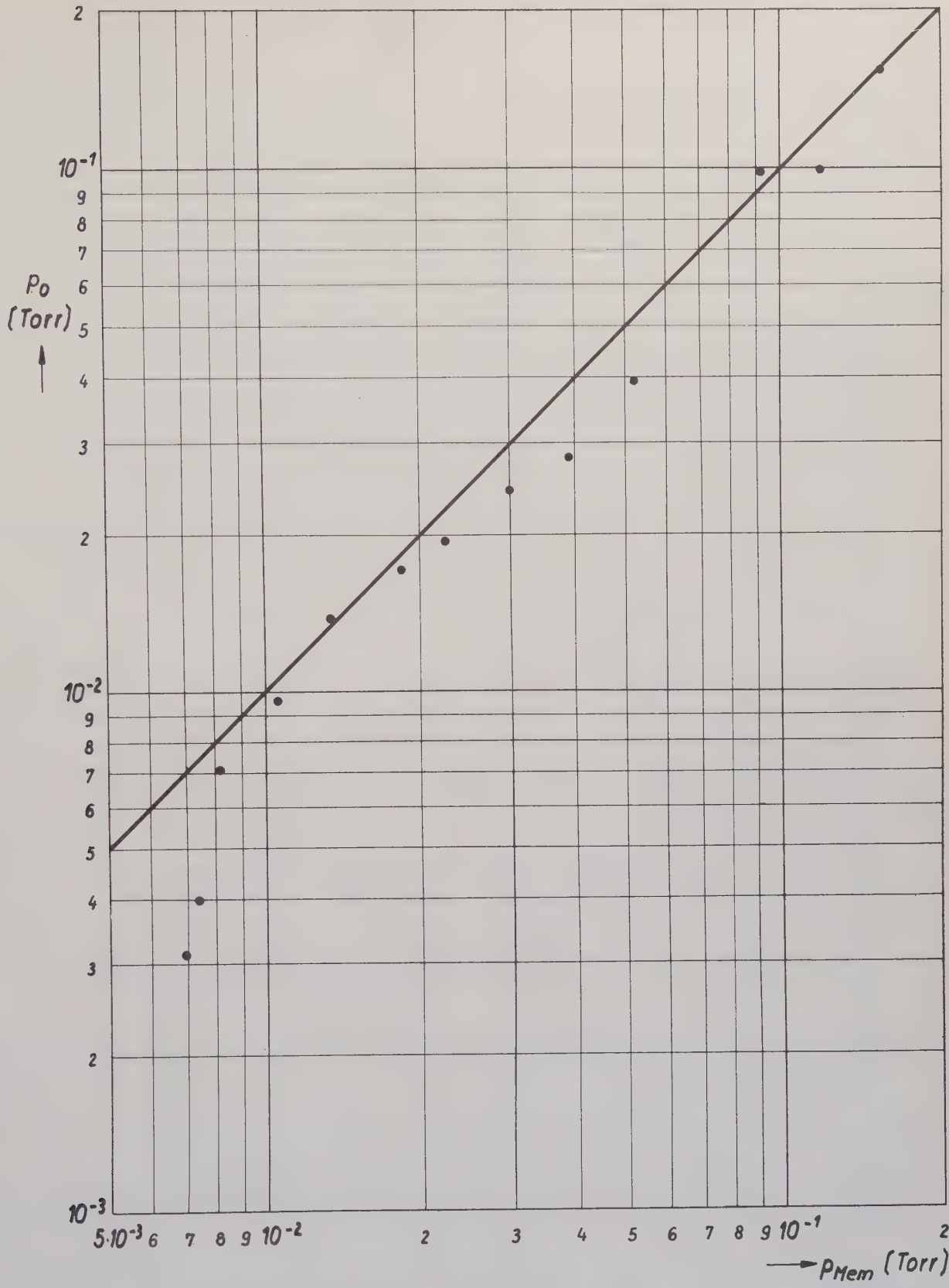


Bild 19. Der aus statisch gemessenen Plasmadaten einer Hg-Entladung nach Gl (35) errechnete Gasdruck p_o als Funktion der reduzierten Anzeige des Membranmanometers p_{Mem} .

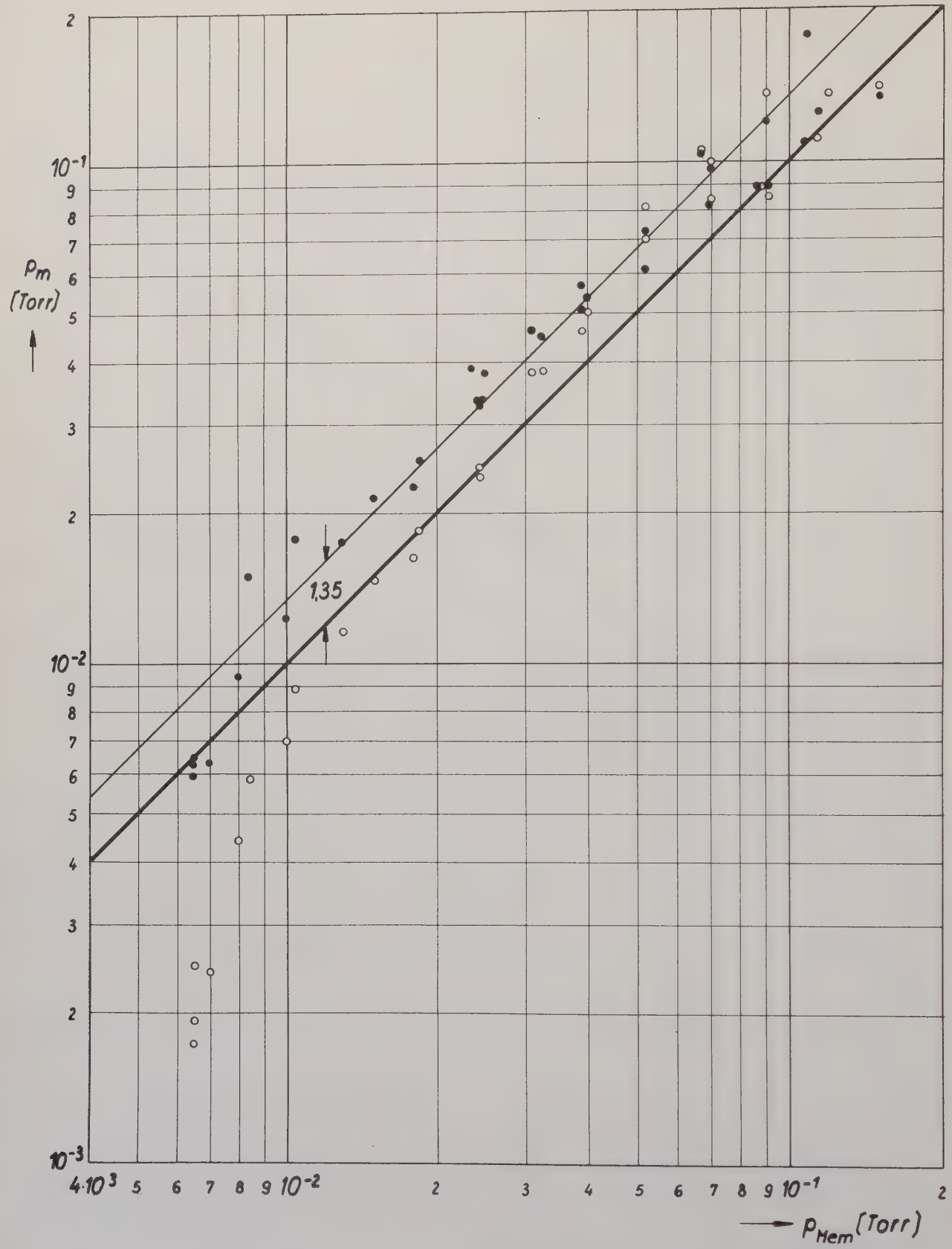


Bild 2o. Der aus dynamisch gemessenen Plasmadaten (Hg) nach Gl (34a) errechnete Gasdruck p_m als Funktion der reduzierten Anzeige des Membranmanoters p_{Mem}.

o unkorrigiert •korrigiert (æ , q)

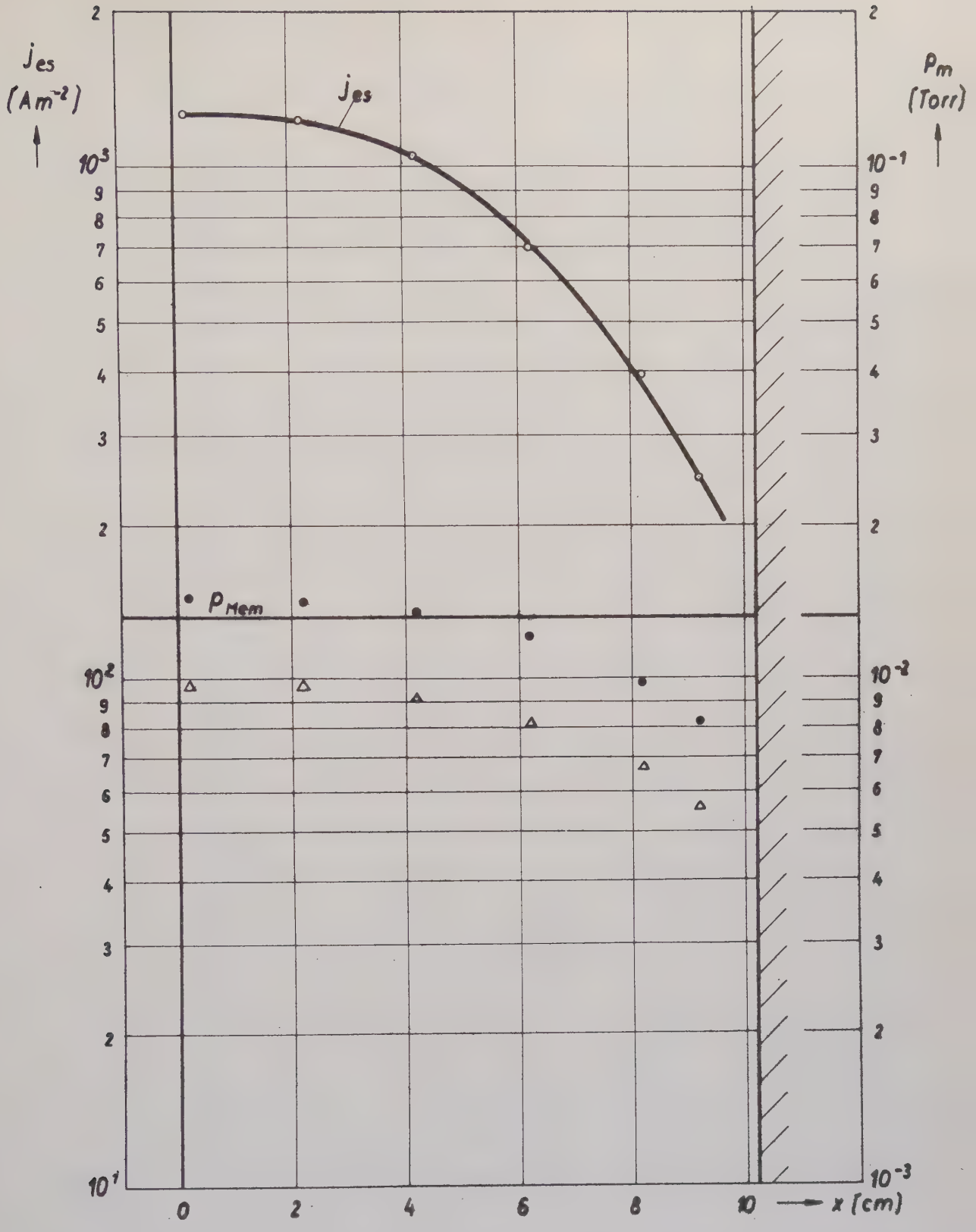


Bild 21. Elektronensättigungsstromdichte j_{es} und Gasdichte p_m als Funktion des Abstandes der Sonde von der Achse einer Quecksilberdampfentladung.

▵ unkorrigiert • korrigiert (æ , q)

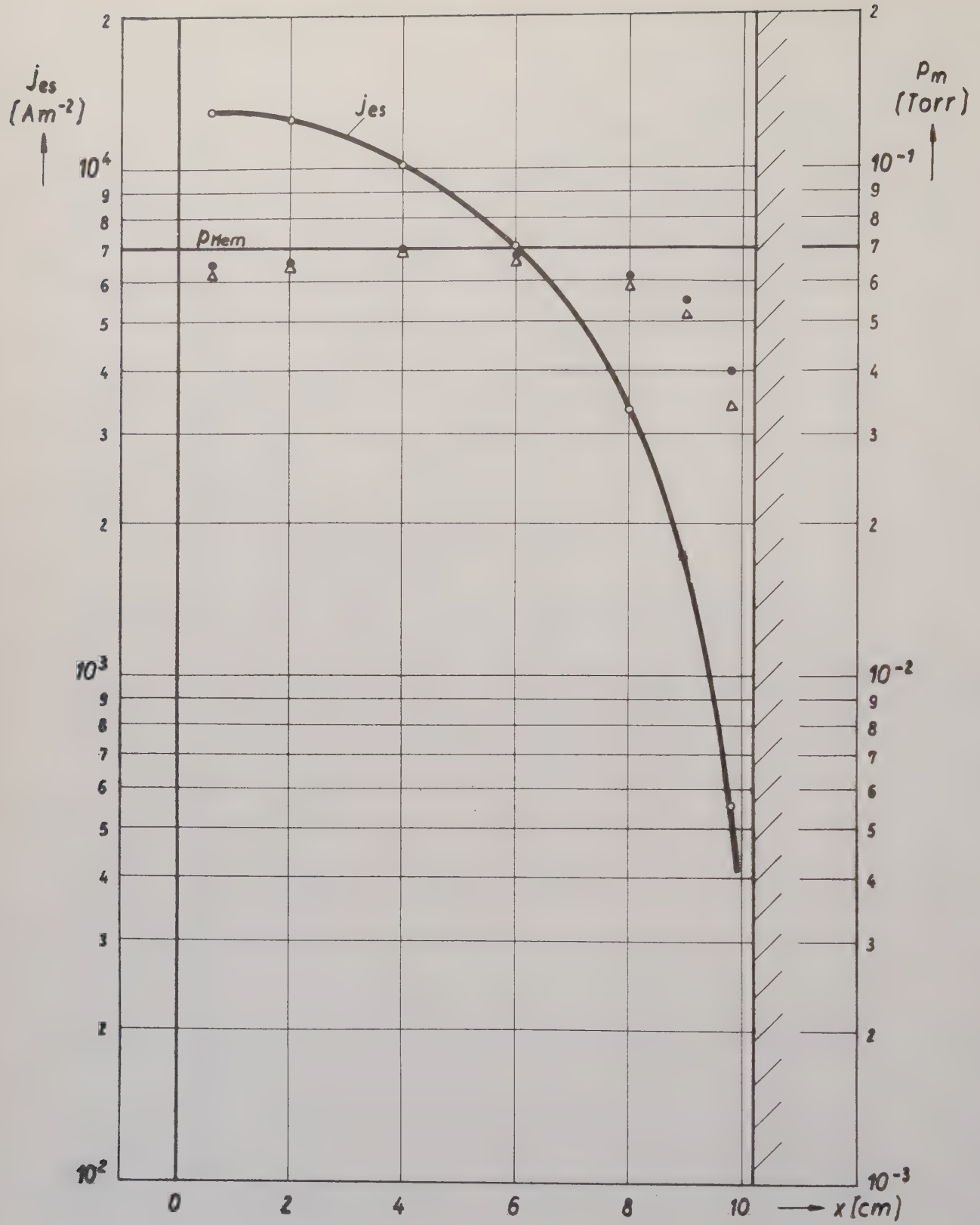


Bild 22. Elektronensättigungsstromdichte j_{es} und Gasdichte p_m als Funktion des Abstandes der Sonde von der Achse einer Quecksilberdampfentladung.

△ unkorrigiert ● korrigiert ($\varkappa$, q)

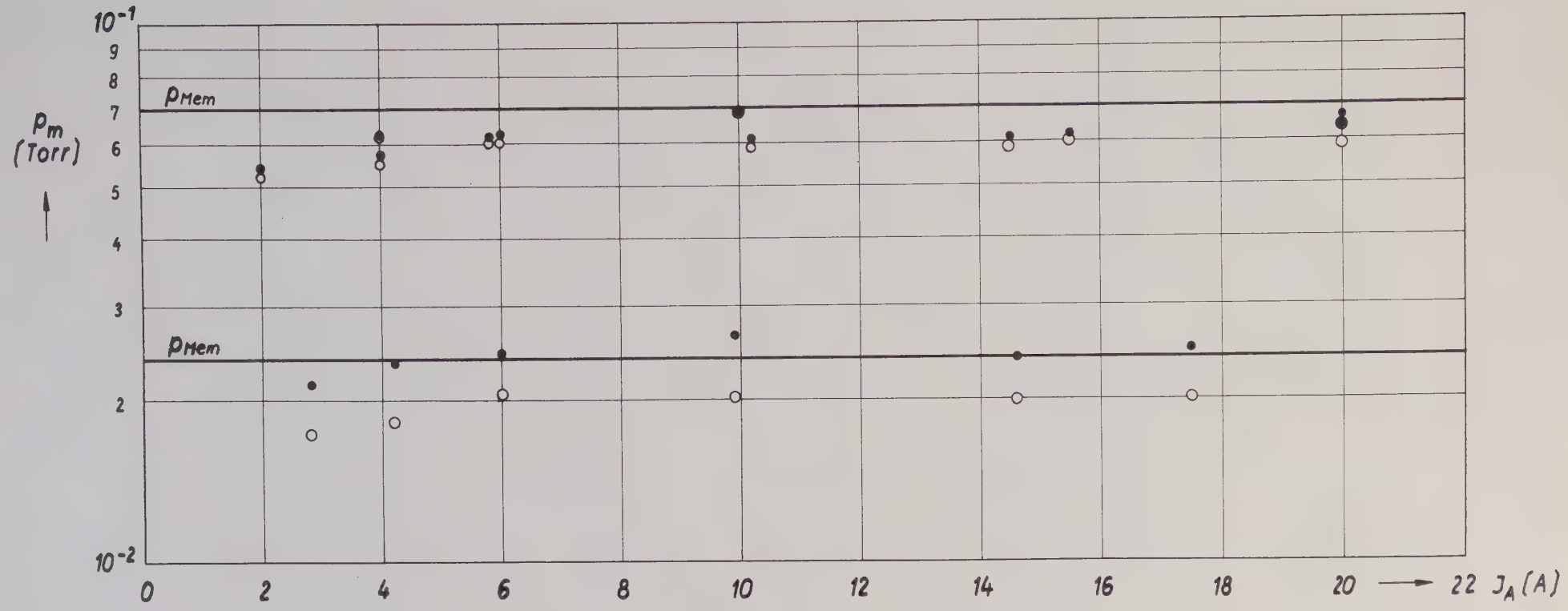


Bild 23 Nach Gleichung (34 a) aus Plasmadaten (Hg) errechnete Gasdichte P_m in Abhängigkeit von der Entladungsstromstärke I_A für zwei Gefäßtemperaturen (P_{Mem})

o unkorrigiert • korrigiert

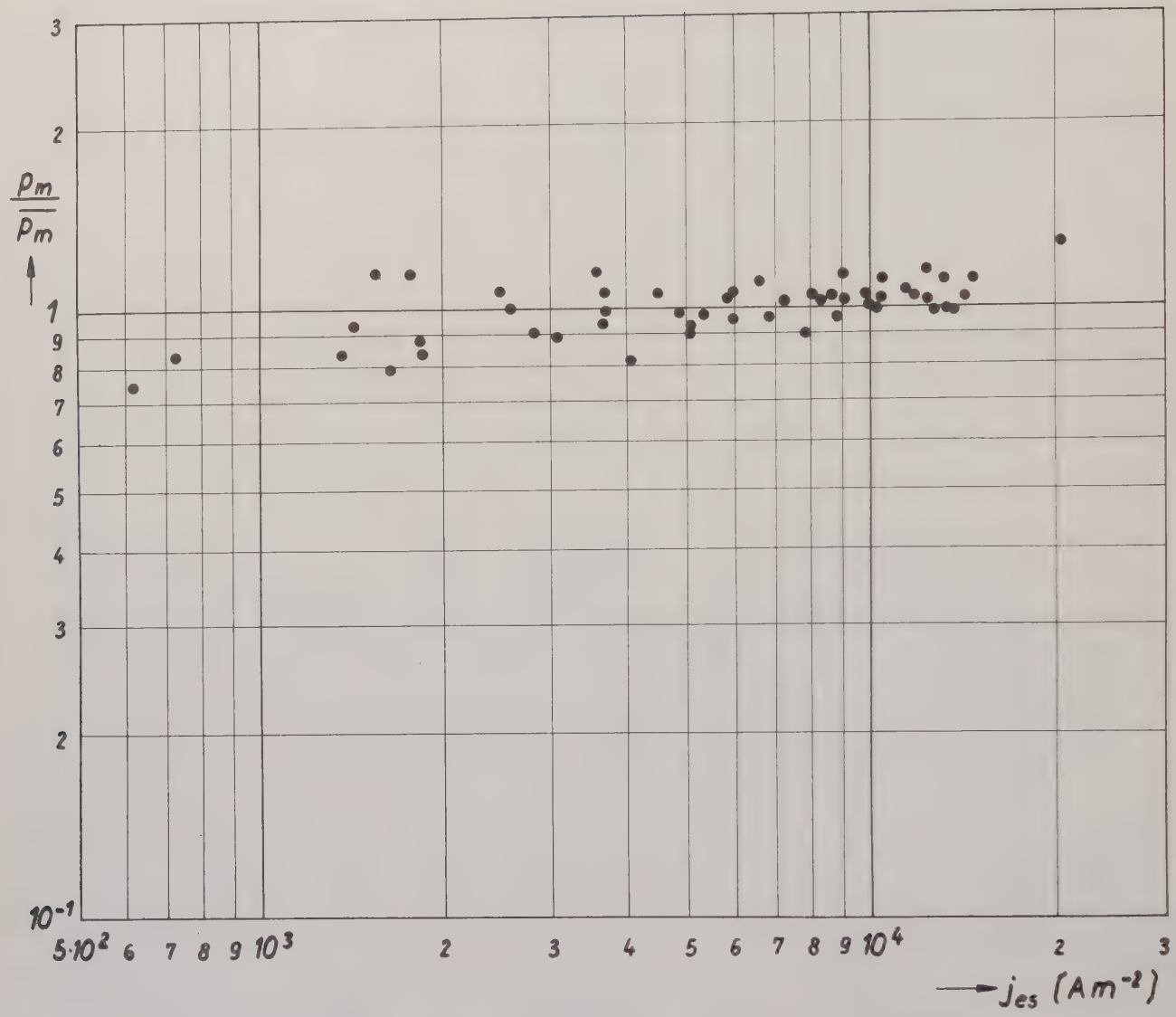


Bild 24. Relative Abweichung der aus Plasmadaten (Hg) errechneten Gasdichte vom Mittelwert der jeweiligen Meßreihe bei konstanter Gefäßtemperatur in Abhängigkeit von der Elektronensättigungsstromdichte j_{es} .

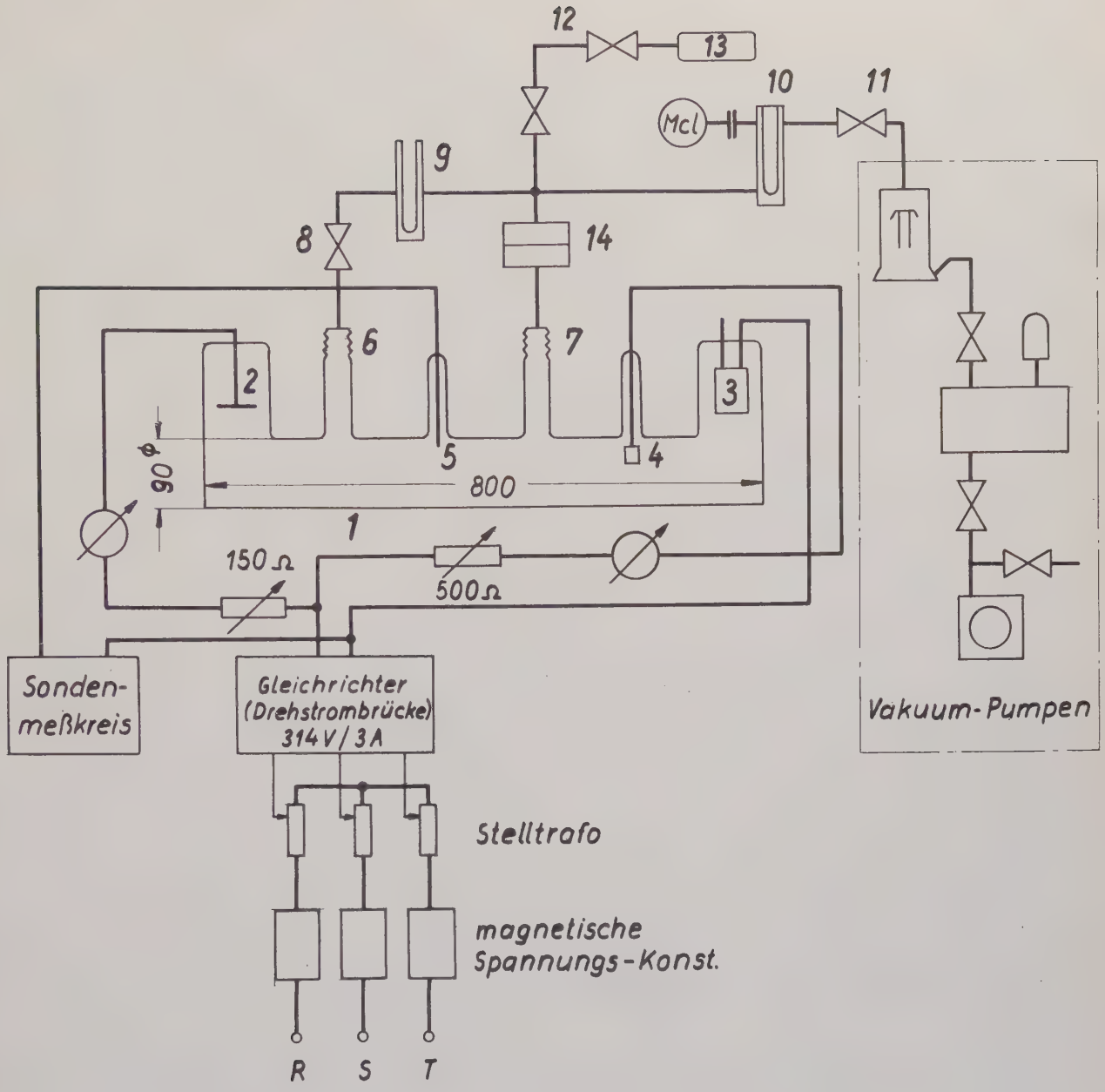


Bild 25. Schema der Apparatur für die Messungen in Edelgasentladungen.

(Erklärung der Zeichen im Text)

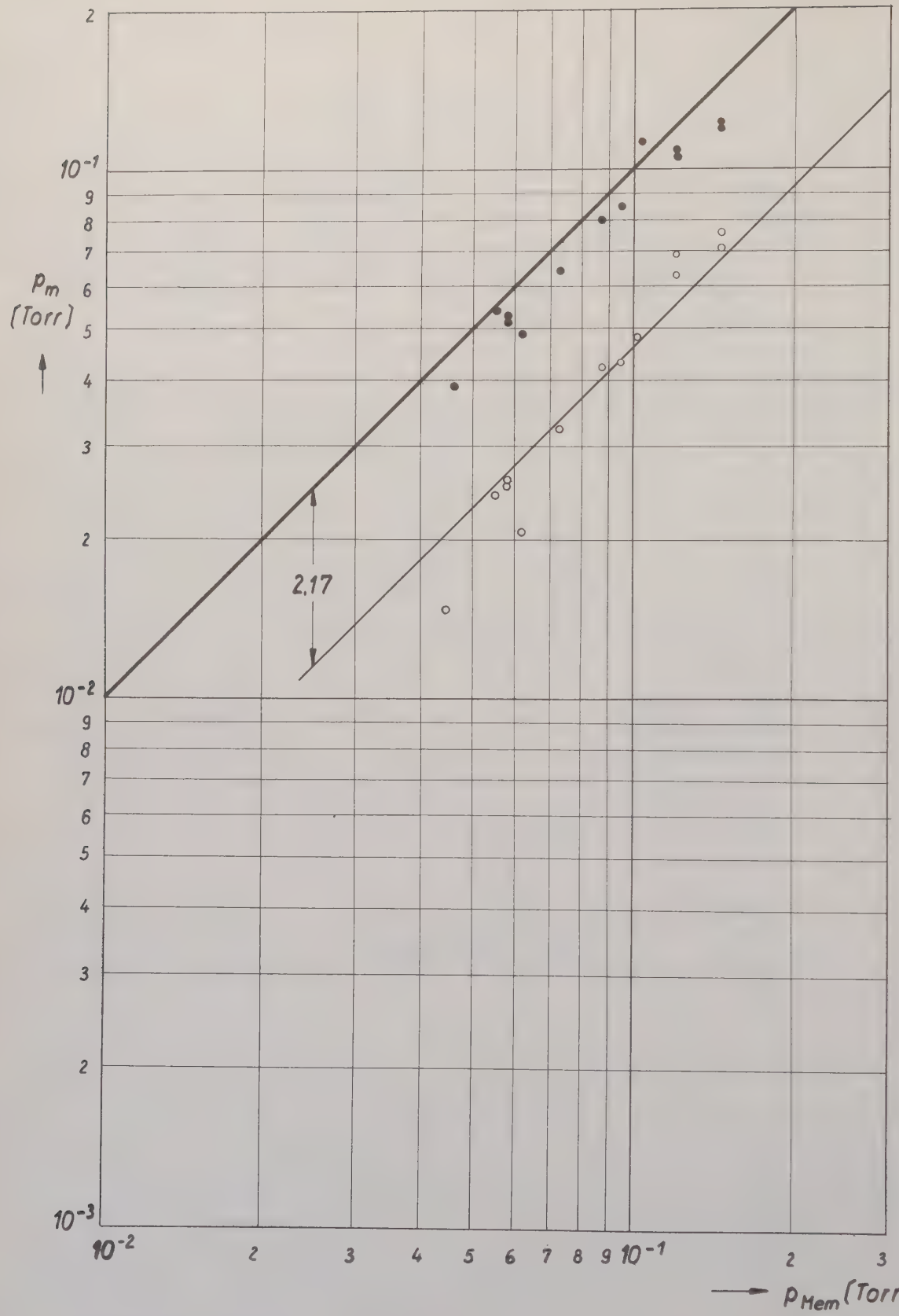


Bild 26. Nach Gleichung (34b) aus Plasmadaten errechnete Gasdichte p_m in einer Neonentladung als Funktion der Anzeige des Membranmanometers p_{Mem}.

○ unkorrigiert ● korrigiert ($\varkappa$, q)

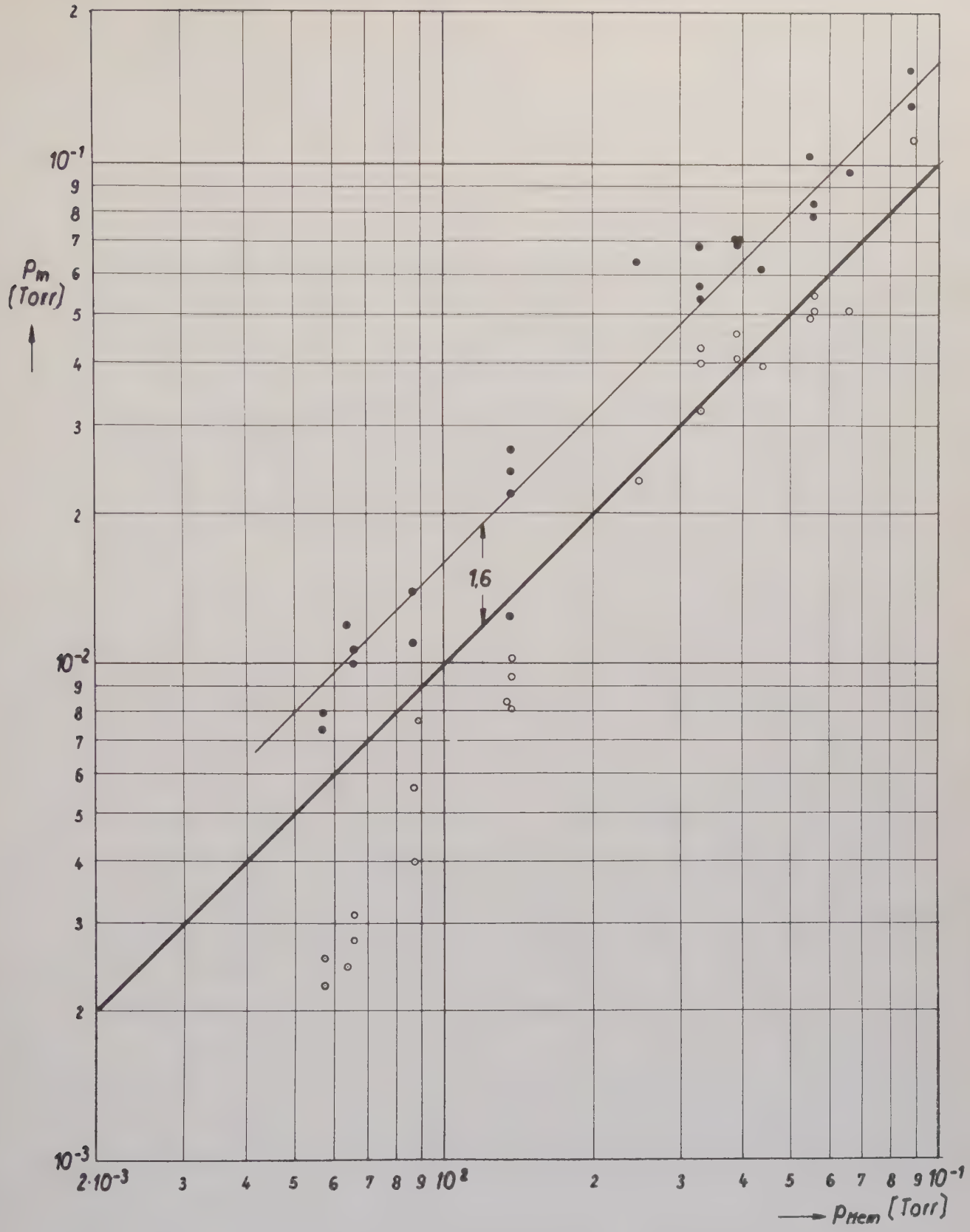


Bild 27. Nach Gleichung (34c) aus Plasmadaten errechnete Gasdichte p_m in einer Argonentladung als Funktion der Anzeige des Membranmanometers p_{Mem}.

o unkorrigiert ● korrigiert ($\varkappa$, q)

L e b e n s l a u f

Als Sohn des Kaufmanns Paul Lottmann und seiner Ehefrau Elly, geborene Zellmann, wurde ich am 15. Juli 1931 in Berlin geboren. Ich wurde im Elternhaus erzogen und besuchte die Grundschule und die Oberschule mit einigen kriegsbedingten Unterbrechungen ebenfalls in Berlin. Das Reifezeugnis erhielt ich im Juni 1951 von der V. Oberschule Neukölln. Zum Wintersemester 1951/1952 konnte ich an der Freien Universität Berlin das Studium der Physik aufnehmen.

Am 29. April 1957 habe ich die Diplom-Hauptprüfung abgelegt. Die Prüfungsarbeit über ein neues Verfahren zur Aufzeichnung von Massenspektren habe ich im physikalischen Laboratorium des Telefunken-Röhrenwerkes Berlin angefertigt. Nach dem Examen habe ich eine Stellung in einem Entwicklungs-Laboratorium der AEG-Röhrenfabrik angenommen. Seit dem Frühjahr 1962 gehöre ich dem physikalischen Laboratorium der AEG-Stromrichterfabrik an und bin dort mit der Untersuchung wissenschaftlicher und technologischer Fragen in Zusammenhang mit der Entwicklung von Hochspannungs-Quecksilberdampfgleichrichtern beschäftigt.

- - - - -